Міністерство освіти і науки України
Харківська національна академія міського господарства

Л.О.Бистрова, Є.С.Пахомова

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ НА ТЕМУ «ВЕКТОРНА АЛГЕБРА» З КУРСУ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

(для студентів 1 курсу всіх спеціальностей Академії)

Харків – ХНАМГ – 2008

Тестові завдання на тему «Векторна алгебра» з курсу вищої математики (для студентів 1 курсу всіх спеціальностей Академії). Укл: Бистрова Л.О., Пахомова Є.С. – Харків: ХНАМГ, 2008. – 46 с.

Укладачі: Л.О. Бистрова, Є.С.Пахомова

Рецензент: проф. С.О.Станішевський

**Рекомендовано кафедрою вищої математики ХНАМГ,
протокол № 10 від 23.05.2008 р.**

Вступ

Ці тести рекомендуються для проведення контроля знань студентів I курсу з теми “Векторна алгебра”, а також для проведення практичних занять. Теми складаються з 25 варіантів, кожний варіант з 10 питань; для кожного з питань пропонуються 4 відповіді, одна з яких правильна.

Векторна алгебра

В А Р І А Н Т №1

1. Добутком ненульового вектора $\vec{a}$ на число λ називається вектор $\lambda \cdot \vec{a}$, колінеарний вектору $\vec{a}$,
   1) ... що має довжину $|\lambda| \cdot |\vec{a}|$ і спрямований у той же бік, що й вектор $\vec{a}$, якщо $\lambda \langle 0$, і в протилежний бік, якщо $\lambda \rangle 0$;
   2) ... що має довжину $|\lambda| \cdot |\vec{a}|$ і спрямований у той же бік, що й вектор $\vec{a}$, якщо $\lambda \rangle 0$, і в протилежний бік, якщо $\lambda \langle 0$;
   3) ... що має довжину $\lambda|\vec{a}|$ і спрямований у той же бік, що й вектор $\vec{a}$, якщо $\lambda \rangle 0$, і в протилежний бік, якщо $\lambda \langle 0$;
   4) ... що має довжину $\lambda|\vec{a}|$ і спрямований у той же бік, що й вектор $\vec{a}$, якщо $\lambda \langle 0$, і в протилежний бік, якщо $\lambda \rangle 0$.
2. У трикутнику АВС вектор $\overrightarrow{AB} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ і медіана $\vec{AD} = \vec{p}$.

   Розкласти вектор $\vec{b}$ по векторах $\vec{p}$ і $\vec{c}$.

   1) $\vec{b} = 2\vec{p} + \vec{c}$; 2). $\vec{b} = 2\vec{c} + \vec{p}$; 3). $\vec{b} = 2\vec{p} - \vec{c}$; 4). $\vec{b} = 2\vec{c} - \vec{p}$.
3. Який з виразів визначає проекцію вектора $\vec{b}$ на вектор $\vec{a}$

   1) $Пр_{\vec{a}}\vec{b} = \dfrac{|\vec{b}|}{\vec{a} \cdot \vec{b}}$; 2) $Пр_{\vec{a}}\vec{b} = \dfrac{|\vec{a}|}{\vec{a} \cdot \vec{b}}$; 3) $Пр_{\vec{a}}\vec{b} = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{в}}{|\vec{в}|}$; 4) $Пр_{\vec{a}}\vec{b} = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{в}}{|\vec{a}|}$?
4. Наведені вектори $\vec{a}_1$ (0;4;-6); $\vec{a}_2$ (6;0;0); $\vec{a}_3$ (2;0;-1); $\vec{a}_4$ (0;-5;0).

   Який з цих векторів паралельний координатній осі 0Y

   1) $\vec{a}_1$; 2) $\vec{a}_2$; 3) $\vec{a}_3$; 4) $\vec{a}_4$?

5. Радіус – вектор точки М складає з віссю 0X кут 45° і з віссю 0Y - 60°. Довжина його r = 6. Визначити координати точки М, якщо її координата z від’ємна:

   1) $\left(3\sqrt{2};3;-3\right)$; 2) $\left(-3\sqrt{2};3;-3\right)$; 3) $\left(3\sqrt{2};-3;-3\right)$; 4) $\left(-3\sqrt{2};3;-3\right)$.

6. Наведені сили $\vec{F}_1 = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ і $\vec{F}_2 = 3\vec{j} + 5\vec{k}$. Знайти роботу їхньої рівнодіючої при переміщенні точки з початку координат у точку B(-3;4;1):

   1) 16; 2) 12; 3) 14; 4) 20.

7. Знайти вектор $\vec{x}$, знаючи, що він перпендикулярний до векторів $\vec{a}\{2;-3;1\}$ і $\vec{b}\{1;-2;3\}$ і задовольняє умові $\vec{x}\cdot\left(\vec{i}+2\vec{j}-7\vec{k}\right)=10$.

   1) {7;5;1}; 2) {-7;5;1}; 3) {7;-5;1}; 4) {7;5;-1}.

8. Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ утворюють кут $\varphi=\dfrac{2\pi}{3}$. Знаючи, що $\left|\vec{a}\right|=4$, $\left|\vec{b}\right|=5$, обчислити $\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|$:

   1) $12\sqrt{3}$ 2) $10\sqrt{3}$; 3) $7\sqrt{3}$; 4) $2\sqrt{3}$.

9. Приведені вершини трикутника A(2;2;2), B(4;0;3), C(1;1;0). Знайти площу трикутника ABC:

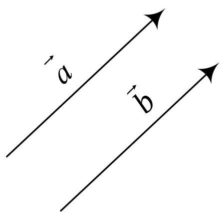
   1) $\dfrac{\sqrt{50}}{2}$ м^2; 2) $\dfrac{\sqrt{68}}{2}$ м^2; 3) $\dfrac{\sqrt{65}}{2}$ м^2; 4) $\dfrac{\sqrt{62}}{2}$ м^2.

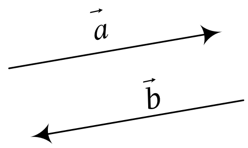
10. Знайти об’єм тетраедра з вершинами в точках A(-2;1;2), B(-14;-2;-1), C(2;3;0), D(5;-2;6):

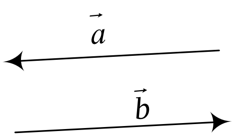
   1) 144 м^3; 2) 72 м^3; 3) 48 м^3; 4) 24 м^3.

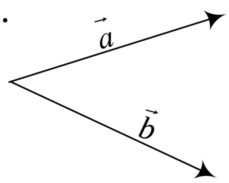
В А Р І А Н Т № 2

1. Для яких з указаних нижче векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ має місце рівність $\vec{a} = \vec{b}$?

1.


2.


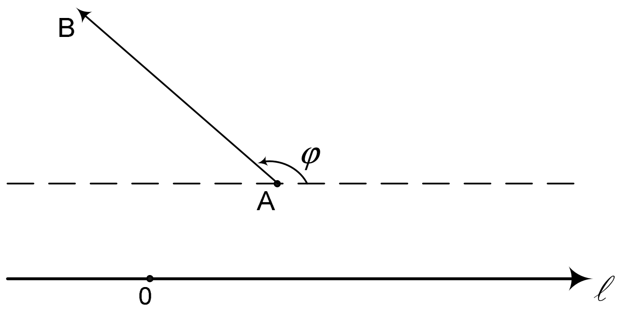
3.


4.


2. У правильному шестикутнику ABCDEF $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ і $B\vec{C} = \vec{b}$. Виразити через вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ вектор $\overrightarrow{CD}$:

1) $-\vec{b} - \vec{a}$; 2) $\vec{a} - \vec{b}$; 3) $\vec{b} + \vec{a}$; 4) $\vec{b} - \vec{a}$.

3. Чому дорівнює проекція вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь l?



1) $Пр_l A\vec{B} = \left|A\vec{B}\right| \cdot Cos(\pi - \varphi)$; 2) $Пр_l A\vec{B} = \left|A\vec{B}\right| \cdot Cos\varphi$;

3) $Пр_l A\vec{B} = -\left|A\vec{B}\right| \cdot Cos(\pi - \varphi)$; 4) $Пр_l A\vec{B} = -\left|A\vec{B}\right| \cdot Cos(\pi - \varphi)$.

4. Записати сполучну властивість векторного добутку по відношенню до скалярного множника:

1) $(\lambda \cdot \vec{a}) \times \vec{b} = \vec{a} \times (\lambda \cdot \vec{b})$; 2) $(\lambda \cdot \vec{a}) \times (\lambda \cdot \vec{b}) = \lambda \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$;

3) $(\lambda \cdot \vec{a}) \times \vec{b} = \lambda \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$; 4) $\vec{a} \times (\lambda \cdot \vec{b}) = \lambda \cdot (\vec{b} \times \vec{a})$.

5. Вектор $\vec{a}$ складає з координатними осями 0Y і 0Z кути $\beta = 120^\circ$, $\gamma = 45^\circ$. Обчислити його координати при умові, що $\left|\vec{a}\right| = 6$ і проекція на вісь OX від'ємна:

1) {–1; –3; $3\sqrt{2}$ }; 2) {–3; –3; $3\sqrt{2}$ }; 3) {–3; 2; $\sqrt{2}$ }; 4) {–2; –3; $3\sqrt{2}$ }.

6. Знайти вектор $\vec{x}$, що колінеарний вектору $\vec{a}\{3;-1;4\}$ і задовольняє умові $\vec{x} \cdot \vec{a} = -52$:

1) $\{-6;1;-8\}$ 2) $\{-6;2;-6\}$ 3) $\{-6;2;-8\}$ 4) $\{6;-2;8\}$

7. Наведені модулі векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$: $\left|\vec{a}\right| = 8$, $\left|\vec{b}\right| = 15$ та їхній скалярний добуток $\vec{a} \cdot \vec{b} = 96$. Обчислити $\left|\vec{a} \times \vec{b}\right|$.

1) 72 2) 81 3) 60 4) 24

8. Наведений трикутник з вершинами $A(-2;3;1)$, $B(-2;-1;4)$, $C(-2;-4;0)$.

Визначити його внутрішній кут при вершині C:

1) $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$ 2) $\varphi = \dfrac{\pi}{4}$ 3) $\dfrac{\pi}{3}$ 4) $\dfrac{\pi}{6}$

9. Сили $\overline{F}_1 = 2\,\overline{i} + \overline{j} - 3\overline{k}$, $\overline{F}_2 = 5\,\overline{i} + 2\overline{j} - \overline{k}$, $\overline{F}_3 = -4\,\overline{i} + \overline{j} + 2\overline{k}$ прикладені в точці $C(4;2;-3)$. Визначити спрямовуючі косинуси моменту рівнодіючої цих сил відносно точки $A(2;3;-1)$:

1) $cos\,\alpha = \dfrac{2}{3}$, $cos\,\beta = -\dfrac{2}{15}$, $cos\gamma = \dfrac{11}{15}$.

2) $cos\,\alpha = -\dfrac{2}{3}$, $cos\,\beta = -\dfrac{2}{15}$, $cos\gamma = \dfrac{11}{15}$.

3) $cos\,\alpha = \dfrac{2}{3}$, $cos\,\beta = \dfrac{2}{15}$, $cos\gamma = \dfrac{11}{15}$.

4) $cos\,\alpha = \dfrac{2}{3}$, $cos\,\beta = \dfrac{2}{15}$, $cos\gamma = -\dfrac{11}{15}$.

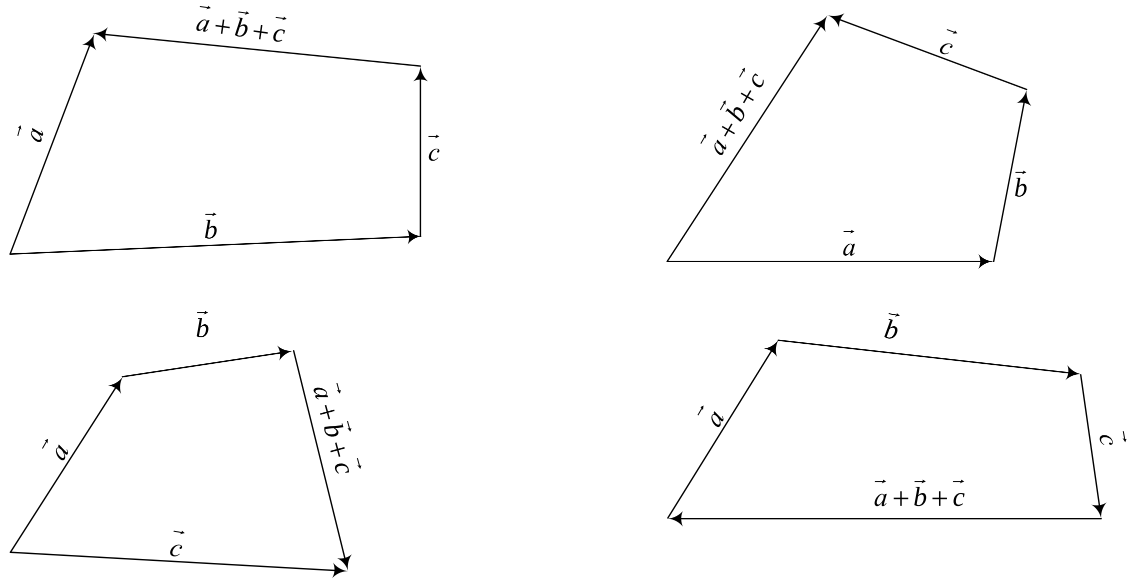
10. Обчислити об’єм паралелепіпеда, побудованого на векторах

$\vec{a} = 2\,\overline{i} - \overline{j} + 3\overline{k}$, $\vec{b} = -3\,\overline{i} + \overline{j} + \overline{k}$, і $\vec{c} = 7\,\overline{i} - 3\overline{j} + \overline{k}$.

1) 7 м^3 2) 5 м^3 3) 3 м^3 4) 4 м^3.

В А Р І А Н Т № 3

1. На якому з рисунків зображено побудову суми $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$?



2. Яка з чотирьох систем векторів є лінійно незалежною, якщо вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ створюють базис у тривимірному просторі:

1) $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\alpha\vec{a}$ 2) $\vec{a}$, $\gamma\vec{c}$, $\vec{c}$ 3) $\vec{b}$, $\alpha\vec{a}$, $\gamma\vec{c}$ 4) $\alpha\vec{a}$, $\beta\vec{b}$, $\vec{b}$?

3. Наведені вектори $\vec{a}_1\{0;-1;3\}$, $\vec{a}_2\{-4;0;0\}$, $\vec{a}_3\{8;0;2\}$, $\vec{a}_4\{2;0;-1\}$.

Який з цих векторів паралельний координатній площині $y0z$:

1) $\vec{a}_1$ 2) $\vec{a}_2$ 3) $\vec{a}_3$ 4) $\vec{a}_4$?

4. Чи справедлива рівність $\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|^2+\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)^2=\left|\vec{a}\right|^2\cdot\left|\vec{b}\right|^2$?

1) Ні 2) Так

3. Справедлива тільки у випадку, якщо $\vec{a}\perp\vec{b}$.

4. Справедлива тільки у випадку, якщо вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ колінеарні.

5. Знайти вектор $\vec{x}$, колінеарний вектору $\overline{c}=12\,\overline{i}-9\,\overline{j}+9\overline{k}$ і однакового з ним напрямку, якщо $\left|\vec{x}\right|=2\sqrt{34}$:

1) $\{8;-6;8\}$ 2) $\{4;-6;6\}$ 3) $\{8;-3;6\}$ 4) $\{8;-6;6\}$.

6. Вектор $\vec{b}$ складає з координатними осями Oy і Oz кути $\beta=60^\circ$, $\gamma=60^\circ$. Обчислити його координати, якщо $\left|\vec{b}\right|=8$ і його проекція на вісь Ox позитивна:

1) $\{4;4;4\}$ 2) $\{2;4;4\}$ 3) $\left\{4\sqrt{2};4;4\right\}$ 4) $\{1;4;4\}$.

7. Наведені вектори $\overline{a}=3\,\overline{i}-6\,\overline{j}-\overline{k}$, $\overline{b}=\overline{i}+4\,\overline{j}-5\overline{k}$, і $\overline{c}=3\,\overline{i}+4\,\overline{j}+2\overline{k}$.

Знайти проекцію вектора $\vec{a}+\vec{c}$ на вектор $\vec{b}+\vec{c}$:

1) $\dfrac{2}{\sqrt{89}}$ 2) $-\dfrac{5}{\sqrt{89}}$ 3) $\dfrac{5}{\sqrt{89}}$ 4) $-\dfrac{2}{\sqrt{89}}$

8. Дано, що $\left|\vec{a}\right|=3$, $\left|\vec{b}\right|=5$. При якому визначенні α вектори $\vec{a}+\alpha\vec{b}$ і $\vec{a}-\alpha\vec{b}$ будуть перпендикулярні:

1) $\pm\dfrac{5}{3}$ 2) $\pm\dfrac{3}{5}$ 3) $\pm\dfrac{2}{5}$ 4) $\pm\dfrac{5}{2}$?

9. Сили $\overline{F}_1 = \overline{i} + \overline{j} + \overline{k}$, $\overline{F}_2 = -2\overline{i} - 3\overline{j} + \overline{k}$, $\overline{F}_3 = \overline{i} - 2\overline{j} + \overline{k}$ прикладені в точці $A(2;1;2)$. Знайти момент їхньої рівнодіючої відносно точки $B(0;-1;-1)$:

1) $\{18;-6;-8\}$ 2) $\{18;6;-8\}$ 3) $\{18;6;8\}$ 4) $\{18;-6;8\}$.

10. Обчислити об'єм тетраедра з вершинами в точках $A(-5;-4;8)$, $B(2;3;1)$, $C(4;1;-2)$, $D(6;3;7)$:

1) $48\frac{1}{3}$ м^3, 2) $50\frac{1}{3}$ м^3, 3) $51\frac{1}{3}$ м^3, 4) $49\frac{1}{3}$ м^3.

ВАРІАНТ № 4

1. Трикутник ABC побудований на векторах $\vec{a}$ і $\vec{b}$ так, що сторона $\overrightarrow{CB}$ співпадає з $\vec{a}$, а сторона $\overrightarrow{CA}$ – з $\vec{b}$. Виразити через $\vec{a}$ і $\vec{b}$ вектор $\overrightarrow{AD}$, що співпадає з медіаною трикутника:

1) $\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$ 2) $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ 3) $\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$ 4) $\frac{1}{2}\vec{b} - \vec{a}$.

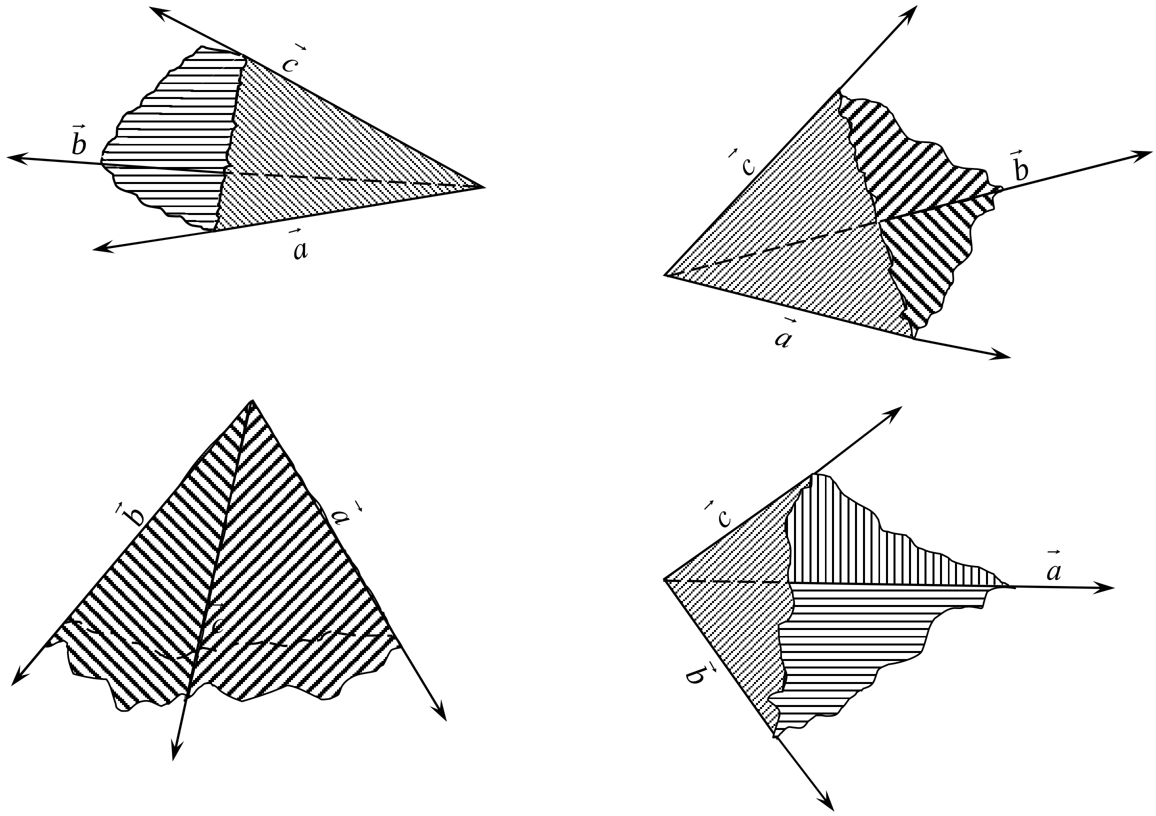
2. Вектори $\vec{a}_1, \vec{a}_2, ..., \vec{a}_k$ називаються лінійно залежними, якщо існують такі коефіцієнти $\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, ..., \vec{\alpha}_k$, що …

1. $...\alpha_1\vec{a}_1 + \alpha_2\vec{a}_2 + ... + \alpha_k\vec{a}_k \neq 0$ та $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + ... + \alpha_k^2 = 0$;
2. $...\alpha_1\vec{a}_1 + \alpha_2\vec{a}_2 + ... + \alpha_k\vec{a}_k \neq 0$ та $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + ... + \alpha_k^2 \neq 0$;
3. $...\alpha_1\vec{a}_1 + \alpha_2\vec{a}_2 + ... + \alpha_k\vec{a}_k = 0$ та $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + ... + \alpha_k^2 \neq 0$;
4. $...\alpha_1\vec{a}_1 + \alpha_2\vec{a}_2 + ... + \alpha_k\vec{a}_k = 0$ та $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + ... + \alpha_k^2 = 0$.

3. Якій умові повинні задовольняти вектори $\vec{p}$ і $\vec{q}$, щоб вектор $\vec{p} + \vec{q}$ був перпендикулярний до вектора $\vec{p} - \vec{q}$

1) $\vec{p} = \vec{q}$ 2) $\vec{p} = -\vec{q}$ 3) $\vec{p} \perp \vec{q}$ 4) $|\vec{p}| = |\vec{q}|$?

4. Яка з указаних нижче трійок некомпланарних векторів $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ є правою?



5. Вектор $\vec{a}$ складає з віссю абсцис і віссю аплікат кути 60°. Знайти кут між вектором $\vec{a}$ і віссю ординат:

1) 30° або 150°; 2) 45° або 135°;

3) –45° або 135°; 4) –30° або 150°.

6. Наведений вектор $\vec{c} = 12\,\overline{i} + 4\,\overline{j} - 3\overline{k}$. Знайти вектор $\vec{x}$, колінеарний вектору $\vec{c}$ і протилежного з ним напрямку, якщо $\left|\vec{x}\right| = 26$.

1) $\{-24;-8;6\}$ 2) $\{-6;-2;1{,}5\}$ 3) $\{-3;-1;0{,}75\}$ 4) $\{-12;-4;3\}$

7. Наведені точки $M_1(3;4;1)$, $M_2(1;-2;3)$ і вектор $\vec{a}\{1;4;8\}$.

Знайти: $Пр_{\vec{a}}\overline{M_1M_2}$:

1) $-1{,}8$ 2) $-1{,}5$ 3) $-1{,}7$ 4) $-1{,}1$.

8. Наведені сили $\overline{F}_1 = \overline{i} - \overline{j} + \overline{k}$ і $\overline{F}_2 = 2\,\overline{i} + \overline{j} + 3\overline{k}$. Знайти роботу їхньої рівнодіючої при переміщенні точки з початку координат у точку $B(2;-1;-1)$

1) 2 2) 3 3) 4 4) 6.

9. Обчислити площу паралелограма, побудованого на векторах $\vec{a}\{6;0;2\}$ і $\vec{b}\{1{,}5;2;1\}$:

1) 11 м^2, 2) 13 м^2, 3) 9 м^2, 4) 17 м^2.

10. Знайти об’єм тетраедра, вершини якого знаходяться в токах $A(1;1;2)$, $B(2;3;-1)$, $C(2;-2;4)$, $D(-1;1;3)$.

1) $\frac{5}{3}$ м^3, 2) $\frac{5}{2}$ м^3, 3) $\frac{5}{18}$ м^3, 4) $\frac{5}{6}$ м^3.

В А Р І А Н Т № 5

1. Трикутник ABC побудований на векторах $\vec{a}$ і $\vec{b}$ так, що сторона $\overline{CB}$ співпадає з $\vec{a}$, а сторона $\overline{CA}$ – з $\vec{b}$. Виразити через $\vec{a}$ і $\vec{b}$ вектор $\overline{BE}$, що співпадає з медіаною трикутника:

1) $\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{a}$ 2) $\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}$ 3) $\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}$ 4) $\frac{1}{2}\vec{b}-\vec{a}$

2. Яке з наведених нижче тверджень справедливе:

1. Будь-які два неколінеарних вектори лінійно залежні.
2. Три компланарних вектори лінійно незалежні.
3. Будь-які два колінеарних вектори лінійно незалежні.
4. Три компланарних вектори лінійно залежні.

3. Для яких значень постійної k має місце рівність $Пр_{\ell}k\vec{a}=kПр_{\ell}\vec{a}$:

1) Для будь-яких k. 2) Ні для яких k.

3) Тільки для $k<0$. 4) Тільки для $k>0$?

4. Якій умові повинні задовольняти вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$, щоб вектори $\vec{a}-\vec{b}$ і $\vec{a}+\vec{b}$ були колінеарні?

1) $\vec{a}\perp\vec{b}$; 2) $\vec{a}$ і $\vec{b}$ колінеарні; 3) $\vec{a}=\vec{b}$; 4) $\vec{a}=-\vec{b}$

5. Знаючи одну з вершин трикутника $A(1;-6;-3)$ і вектори, що співпадають з двома його сторонами $\overline{AB}\{0;3;5\}$ і $\overline{BC}\{4;2;-1\}$, знайти довжину сторони $\overline{CA}$:

1) 7,8; 2) 6,3; 3) 7,5; 4) 8,2.

6. Виконати дії: $\vec{a}\cdot\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)+\left(\vec{a}+\vec{b}\right)^2$, якщо $\left|\vec{a}\right|=4$, $\left|\vec{b}\right|=5$ і кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$ $\varphi=\dfrac{\pi}{3}$.

1) 97 2) 137 3) 63,8 4) 68,5

7. Знайти проекцію вектора $\vec{a}=\{1,-3,1\}$ на напрямок вектора $\overrightarrow{MN}$, якщо $M(-5,7,-6)$ і $N(7,-9,9)$

1) 5 2) 3 3) −3 4) 7.

8. Наведені вершини трикутника ABC: $A(1,-1,2)$, $B(5,-6,2)$ і $C(1,3,-1)$. Обчислити довжину його висоти, опущеної з вершини B на сторону AC:

1) 2,5 2) 5 3) $\dfrac{25}{2}$ 4) 25.

9. Обчислити роботу сили $\vec{F}=\{3;-2;-5\}$, прикладеної до точки $A(2,-3,5)$, при переміщенні цієї точки в положення $B(3,-2,-1)$:

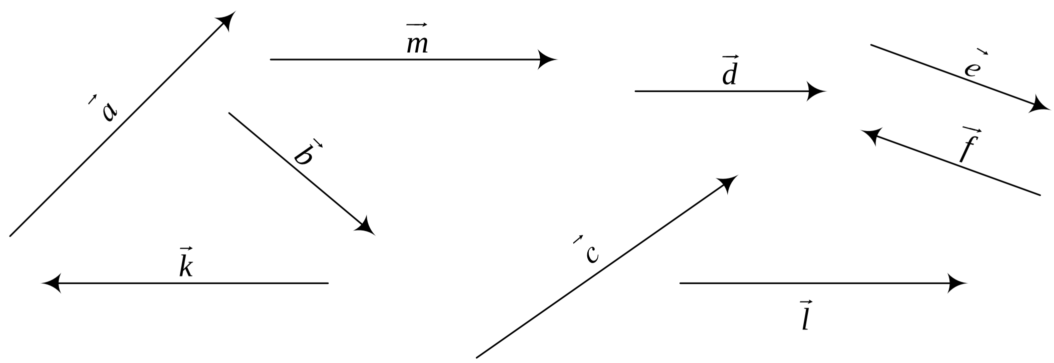
1) 35 2) 29 3) 31 4) 33.

10. Наведені вершини тетраедра $ABCD$: $A(2,3,2)$; $B(4,1,-2)$, $C(6,3,7)$ і $D(-5,-4,-8)$. Знайти об'єм тетраедра і довжину його висоти, опущеної з вершини D:

1) $h=\dfrac{11}{2}$; $V=\dfrac{154}{3}$ 2) $h=66$; $V=308$ 3) $h=11$; $V=308$ 4) $h=11$; $V=\dfrac{154}{3}$.

В А Р І А Н Т № 6

1. На заданому рисунку знайти: а) рівні вектори б) протилежні.



1. $\vec{a}=\vec{c}$ 2. $\vec{a}=\vec{b}$ 3. $\vec{f}=\vec{e}$ 4. $\vec{l}=\vec{k}$

$\vec{m}=\vec{l}$ $\vec{c}=\vec{d}$ $\vec{d}=\vec{l}$ $\vec{b}=\vec{m}$

$\vec{m}=-\vec{k}$ $\vec{m}=-\vec{k}$ $\vec{k}=\vec{m}$ $\vec{d}=-\vec{f}$

2. Наведені вектори $\vec{a}=\{-2,4\}$ і $\vec{b}=\{1,3\}$. Знайти координати вектора $\vec{m}=2\vec{a}-3\vec{b}$. Колінеарний вектор $\vec{n}=\{-14,-2\}$ вектору $\vec{m}$

1. $\vec{m}=-7\vec{i}-\vec{j}$ 2. $\vec{m}=7\vec{i}+\vec{j}$ 3. $\vec{m}=\vec{i}-7\vec{j}$ 4. $\vec{m}=\vec{i}+7\vec{j}$

$\vec{m}\parallel\vec{n}$ $\vec{m}=\vec{n}$ $\vec{m}\perp\vec{n}$ $\vec{m}\nparallel\vec{n}$

3. Наведені вектори; $\vec{m}=-\vec{i}+2\vec{j}$ і $\vec{p}=4\vec{i}-2\vec{j}$, $\vec{s}=2\vec{i}-3\vec{j}$. Розкласти вектор $\vec{a}=\vec{m}+2\vec{s}$ по векторах $\vec{p}$ і $\vec{m}$

1. $\vec{a}=\frac{5}{3}\vec{m}-\frac{1}{3}\vec{p}$ 2. $\vec{a}=\frac{1}{3}\vec{p}-\frac{5}{3}\vec{m}$ 3. $\vec{a}=\frac{5}{3}\vec{m}+\frac{1}{3}\vec{p}$

4. $\vec{a}=5\vec{m}+\vec{p}$

4. На площині наведений трикутник з вершинами: $O(0,0)$; $A(2a,0)$; $B(a,-a)$. Знайти кут, утворений стороною OB і медіаною OM цього трикутника

1. $\varphi=arccos\frac{1}{\sqrt{5}}$ 2. $\varphi=arccos\frac{\sqrt{5}}{2}$ 3. $\varphi=arccos\frac{2}{\sqrt{5}}$ 4. $\varphi=arccos\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. Визначити, при якому значенні λ вектори $\vec{a}=7\vec{i}+8\vec{j}-\lambda\vec{k}$ і $\vec{b}=\lambda\vec{i}-2\vec{j}+3\vec{k}$ взаємно перпендикулярні:

1. $\lambda=-4$ 2. $\lambda=4$ 3. $\lambda=1,6$ 4. $\lambda=5$

6. Знайти площу S паралелограма, побудованого на векторах $\vec{a}=3\vec{m}-\vec{n}$ і $\vec{b}=\vec{m}+2\vec{n}$, якщо $|\vec{m}|=1$; $|\vec{n}|=2$, $\varphi=\left(\vec{m},\hat{\ }\vec{n}\right)=150^\circ$

1) $7\sqrt{3}$; 2) $7\sqrt{2}$; 3) 14; 4) 7.

7. Наведені три вектори: $\vec{a}=-\vec{i}+\vec{j}$, $\vec{b}=-3\vec{j}+2\vec{k}$ і $\vec{c}=-5\vec{i}-3\vec{j}-\vec{k}$. Знайти вектор $\vec{x}$, який задовольняє умові: $\vec{a}\cdot\vec{x}=38$, $\vec{b}\cdot\vec{x}=133$, $\vec{c}\cdot\vec{x}=0$.

1. $\vec{x}=-25\vec{i}+13\vec{j}+86\vec{k}$ 2. $\vec{x}=-25\vec{i}+13\vec{j}+65\vec{k}$

3. $\vec{x}=25\vec{i}-13\vec{j}-86\vec{k}$ 4. $\vec{x}=13\vec{i}-25\vec{j}+86\vec{k}$

8. Наведені вершини піраміди $ABCD$: $A(5;3;2)$, $B(4;-1;4)$, $C(6;4;2)$, $D(3;0;4)$. Знайти об’єм піраміди, площу грані ABC і висоту піраміди, опущеної з вершини D:

1) $V=1$; $S=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$ $h=\dfrac{6}{\sqrt{14}}$

2) $V=\dfrac{5}{6}$; $S=\dfrac{\sqrt{14}}{6}$ $h=\dfrac{15}{\sqrt{14}}$

3) $V=\dfrac{1}{6}$; $S=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$ $h=\dfrac{1}{\sqrt{14}}$

4) $V=\dfrac{7}{6}$; $S=\dfrac{1}{2}\sqrt{29}$ $h=\dfrac{7}{\sqrt{29}}$

9. Сила $\vec{F}=\vec{i}-5\vec{j}+6\vec{k}$ прикладена до точки $C(4;2;1)$. Знайти момент цієї сили відносно точки $A(1;3;-4)$:

1) $\overrightarrow{m_A}(\vec{F})=19\vec{i}-13\vec{j}-14\vec{k}$ 2) $m_A(\vec{F})=-19\vec{i}+13\vec{j}+14\vec{k}$

3) $\vec{m}_A(\vec{F})=31\vec{i}+23\vec{j}-16\vec{k}$ 4) $m_A(\vec{F})=-31\vec{i}-23\vec{j}+16\vec{k}$

10. Обчислити роботу сили $\vec{F}=3\vec{i}-5\vec{j}+2\vec{k}$, якщо її точка прикладення переміщується з початку в кінець вектора $\vec{S}=2\vec{i}-5\vec{j}-7\vec{k}$:

1) $A=17$ 2) $A=45$ 3) $A=30$ 4) $A=12$.

В А Р І А Н Т № 7

1. Зрівняти два вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$, якщо $\vec{a}=\vec{c}$ і $\vec{b}=\vec{c}$:

1. $\vec{a}\parallel\vec{b}$ 2. $\vec{a}\perp\vec{b}$ 3. $\vec{a}=\vec{b}$ 4. $\vec{a}\neq\vec{b}$.

2. Вектор $\vec{a}$ створює з віссю OY кут 60°, з віссю OZ – кут 120°. Який кут створює вектор $\vec{a}$ з віссю OX?

1) 45° 2) 135° 3) 45° або 135° 4) 90°

3. За якою з формул визначається кут φ між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$

1) $cos\varphi=\dfrac{|\vec{a}\times\vec{b}|}{|\vec{a}||\vec{b}|}$ 2) $sin\varphi=\dfrac{\vec{a}\times\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$ 3) $cos\varphi=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$ 4) $sin\varphi=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$?

4. Спростіть вираз $3\,\bar{i}\left(\bar{j}\times\bar{k}\right)+5\bar{j}\left(\bar{i}\times\bar{k}\right)-6\bar{k}\left(\bar{i}\times\bar{j}\right)$.

1) -14 2) 2 3) 8 4) -8

5. Вектор $\vec{c}$ колінеарний вектору $\vec{b}\left\{3;-2;2\sqrt{3}\right\}$ і утворює з віссю Ox тупий кут. Знайти координати вектора $\vec{c}$, якщо $\left|\vec{c}\right|=10$:

1. $\left\{-6;4;-4\sqrt{3}\right\}$ 2. $\left\{6;4;-4\sqrt{3}\right\}$ 3. $\left\{-6;4;4\sqrt{3}\right\}$ 4. $\left\{6;4;4\sqrt{3}\right\}$

6. Встановити, при якому значенні λ вектори $\vec{a}=3\lambda\vec{i}-5\vec{j}+2\vec{k}$ і $\vec{b}=\vec{i}-2\vec{j}+\lambda\vec{k}$ взаємно перпендикулярні:

1. $\lambda=1$ 2. $\lambda=-5$ 3. $\lambda=-2$ 4. $\lambda=3$

7. Наведено сили $\overline{F}_1=4\overline{i}-2\overline{j}+5\overline{k}$ і $\overline{F}_2=\overline{i}-6\overline{j}-7\overline{k}$. Знайти роботу їхньої рівнодіючої при переміщенні точки з початку координат у стан $M\left(-3;-4;1\right)$.

1) 14 2) 15 3) 13 4) 16

8. Наведено вектори $\vec{a}\{-4;-1;4\}$, $\vec{b}\{1;-6;8\}$ і $\vec{c}\{3;5;-2\}$.

Знайти проекцію вектора $\vec{b}+\vec{c}$ на вектор $\vec{a}-\vec{c}$.

1) $-\dfrac{14}{11}$; 2) $\dfrac{14}{11}$; 3) $\dfrac{13}{11}$; 4) $-\dfrac{13}{11}$.

9. Знайти довжину висоти BD трикутника CBO з вершинами в точках $O\left(0;0;0\right)$, $B\left(-3;-2;6\right)$ і $C\left(-2;4;4\right)$.

1) $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ 2) $\dfrac{8\sqrt{5}}{3}$ 3) $\dfrac{16\sqrt{5}}{3}$ 4) $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$

10. Обчислити об'єм паралелепіпеда побудованого на векторах $\vec{a}\{3;2;1\}$, $\vec{b}\{1;0;-1\}$ і $\vec{c}\{1;-2;1\}$.

1) 36 м^3, 2) 18 м^3, 3) 24 м^3, 4) 12 м^3.

В А Р І А Н Т № 8

1. У правильному шестикутнику $ABCDEF$ $\overline{AB}=\vec{a}$ і $\overline{BC}=\vec{b}$. Виразити через $\vec{a}$ і $\vec{b}$ вектор $\overline{AE}$:

1) $2\vec{a}-\vec{b}$ 2) $2\vec{b}-\vec{a}$ 3) $\vec{b}-2\vec{a}$ 4) $\vec{a}-2\vec{b}$

2. Чи виконується рівність $Пр_{\bar{c}}\cdot\vec{a}=Пр_{\bar{c}}\left(-\bar{a}\right)$

1) так 2) ні

3) так, якщо тільки $\vec{a} = -\vec{c}$ 4) так, якщо a і c колінеарні?

3. Яка з записаних нижче рівностей справедлива

1. $\bar{j} \times \bar{i} = \bar{k}$ 2. $\bar{k} \times \bar{j} = \bar{i}$ 3. $\bar{i} \times \bar{k} = -\bar{j}$ 4. $\bar{j} \times \bar{k} = -\bar{i}$?

4. Змішаний добуток трьох ненульових векторів $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ рівний нулю: $\left(\vec{a} \times \vec{b}\right) \cdot \vec{c} = 0$. Що можна сказати про взаємне розташування векторів $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$?

1. Запис $\left(\vec{a} \times \vec{b}\right) \cdot \vec{c} = 0$ не має сенсу.

2. Вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ взаємно перпендикулярні.

3. Вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ некомпланарні.

4. Вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ компланарні.

5. Відомі модуль вектора $\left|\vec{a}\right| = 4$ і два кути, утворені ним з координатними осями: $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 120^\circ$. Знайти координати вектора $\vec{a}$, якщо третя координата його позитивна:

1. $\left\{2\sqrt{2}; -2\sqrt{2}; \sqrt{2}\right\}$; 2. $\left\{2; -2; \sqrt{2}\right\}$;

3. $\left\{2\sqrt{2}; -2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}\right\}$; 4. $\left\{2; -2; 2\sqrt{2}\right\}$.

6. Знайти значення α і β, при яких вектори $\vec{a}\{-3; \alpha; 9\}$ і $\vec{b}\{2; -8; \beta\}$ є колінеарні.

1. $\alpha = 12$, $\beta = 6$ 2. $\alpha = -12$, $\beta = -6$

3. $\alpha = 12$, $\beta = -6$ 4. $\alpha = -12$, $\beta = -6$

7. Вектори $\bar{a}$ і $\bar{b}$ взаємно перпендикулярні, а вектор $\bar{c}$ створює з ними кути, рівні $\frac{\pi}{3}$. Знаючи, що $\left|\bar{a}\right| = \left|\bar{b}\right| = 1$, $\left|\bar{c}\right| = 4$, знайти $\left(\bar{a} - 2\bar{b}\right) \cdot \left(\bar{c} - \bar{a}\right)$:

1) 3 2) –3 3) –1 4) 1

8. Сили $\overline{F}_1 = \bar{i} + 2\bar{j} - 6\bar{k}$, $\overline{F}_2 = 3\bar{i} - 4\bar{j} + 2\bar{k}$, $\overline{F}_3 = -5\bar{i} - 4\bar{j} + 2\bar{k}$ прикладені до однієї точки. Знайти роботу, виконану рівнодіючою цих сил,

якщо точка її прикладення, рухаючись прямолінійно, переміщується з положення $(5;3;-7)$ в положення $(4;-1;-4)$:

1) 19 2) 16 3) 14 4) 18

9. Наведено трикутник із вершинами $A(2;2;2)$, $B(4;0;3)$, $C(0;1;0)$. Знайти довжину його висоти, проведеної з вершини C:

1) $\frac{\sqrt{65}}{6}$ 2) $\frac{\sqrt{39}}{6}$ 3) $\frac{\sqrt{65}}{3}$ 4) $\frac{\sqrt{39}}{3}$.

10. Обчислити об'єм тетраедра з вершинами в точках $A(-4;-4;-3)$, $B(-2;-1;1)$, $C(2;-2;-1)$ і $D(-1;3;-2)$.

1. 30 м^3, 2. 40 м^3, 3. 20 м^3, 4. 10 м^3.

ВАРІАНТ № 9

1. Трикутник ABC побудований на векторах $\vec{a}$ і $\vec{b}$ так, що сторона $\overline{CB}$ співпадає з $\vec{a}$, а сторона $\overline{CA}$ – з $\vec{b}$. Виразити через $\vec{a}$ і $\vec{b}$ вектор $\overline{CF}$, що співпадає з медіаною трикутника:

1. $\frac{1}{2}\bar{a}-\frac{1}{2}\bar{b}$ 2. $\frac{1}{2}\bar{a}+\frac{1}{2}\bar{b}$ 3. $\frac{1}{2}\bar{b}-\frac{1}{2}\bar{a}$ 4. $-\frac{1}{2}\bar{a}-\frac{1}{2}\bar{b}$

2. Яку особливість матимуть вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$, щоб мало місце співвідношення $\frac{1}{|a|}\bar{a}=\frac{1}{|b|}\bar{b}$

1) $\vec{a} \perp \vec{b}$ 2) $\vec{a}$ і $\vec{b}$ колінеарні

3) $\vec{a}$ і $\vec{b}$ співспрямовані 4) $\vec{a} = \vec{b}$?

3. Вектори $\overrightarrow{a_1},\overrightarrow{a_2},...,\overrightarrow{a_k}$ називають лінійно незалежними, якщо існують такі коефіцієнти $\alpha_1,\alpha_2...,\alpha_k$, що …

1. $...\alpha_1\bar{a}_1+\alpha_2\bar{a}_2+...+\alpha_k\bar{a}_k\neq 0$ і $\alpha_1^2+\alpha_2^2+...+\alpha_k^2=0$

2. $...\alpha_1\bar{a}_1+\alpha_2\bar{a}_2+...+\alpha_k\bar{a}_k\neq 0$ і $\alpha_1^2+\alpha_2^2+...+\alpha_k^2\neq 0$

3. $...\alpha_1\bar{a}_1+\alpha_2\bar{a}_2+...+\alpha_k\bar{a}_k=0$ і $\alpha_1^2+\alpha_2^2+...+\alpha_k^2\neq 0$

4. $...\alpha_1\bar{a}_1+\alpha_2\bar{a}_2+...+\alpha_k\bar{a}_k=0$ і $\alpha_1^2+\alpha_2^2+...+\alpha_k^2=0$

4. Знайти $\left|\vec{a}\times\vec{a}\right|$

1) $\left|\vec{a}\right|^2$ 2) $2\left|\vec{a}\right|^2$ 3) $2\left|\vec{a}\right|$ 4) 0

5. Вектор $\vec{b}$ складає з координатними осями Ox і Oz кути $\alpha=45^\circ$, $\gamma=45^\circ$. Обчислити його координати при умові, що $\left|\vec{b}\right|=12$:

1. $\left\{6\sqrt{2};6\sqrt{3};6\sqrt{2}\right\}$; 2. $\left\{6\sqrt{2};-6\sqrt{3};6\sqrt{2}\right\}$;

3. $\left\{6\sqrt{2};6;6\sqrt{2}\right\}$; 4. $\left\{6\sqrt{2};0;6\sqrt{2}\right\}$.

6. Наведені точки $A(-3;-2;-3)$, $B(-2;-5;-1)$ і $C(-4;\alpha;\beta)$. При яких значеннях α і β точка C лежить на прямій (AB)

1) $\alpha=1,\ \beta=5$ 2) $\alpha=-1,\ \beta=-5$ 3) $\alpha=1,\ \beta=-5$ 4) $\alpha=-1,\ \beta=5$?

7. Встановити, при якому визначенні λ вектори $3\vec{a}-\lambda\vec{b}$ і $\vec{a}-2\vec{b}$ будуть взаємно перпендикулярні, якщо $\left|\vec{a}\right|=7\sqrt{2}$, $\left|\vec{b}\right|=4$ і $\left(\vec{a},\widehat{\ }\vec{b}\right)=\dfrac{\pi}{4}$

1) $\dfrac{73}{2}$ 2) $-\dfrac{73}{2}$ 3) $\dfrac{63}{2}$ 4) $-\dfrac{63}{2}$

8. Наведені вектори $\vec{a}\{1;0;3\}$, $\vec{b}\{4;-2;3\}$ і $\vec{c}\{2;1;-5\}$. Знайти проекцію вектора $-3\vec{a}+\vec{b}$ на вектор $\vec{c}$:

1) $2\sqrt{30}$ 2) $-\sqrt{30}$ 3) $\sqrt{30}$ 4) $-2\sqrt{30}$

9. Сила $\vec{p}=-2\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$ прикладена до точки $A(6;-6;-1)$. Визначити величину моменту цієї сили відносно початку координат:

1) $4\sqrt{2}$ 2) $6\sqrt{2}$ 3) $2\sqrt{2}$ 4) $3\sqrt{2}$.

10. Знайти об'єм піраміди, вершини якої знаходяться в точках $A(5;-2;3)$, $B(3;4;1)$, $C(2;-1;3)$ і $D(-1;-2;4)$.

1) $\dfrac{7}{3}$ м^3, 2) $\dfrac{2}{3}$ м^3, 3) $\dfrac{5}{3}$ м^3, 4) $\dfrac{1}{3}$ м^3.

В А Р І А Н Т № 10

1. Якій умові повинні задовольняти ненульові вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$, щоб виконувалась рівність $\left|\overline{a}+\overline{b}\right|=\left|\overline{a}-\overline{b}\right|$?

1) $\vec{a}$ і $\vec{b}$ колінеарні 2) $\vec{a} \perp \vec{b}$

3) $\left|\overline{a}\right|=\left|\overline{b}\right|$ 4) $\vec{a} = -\vec{b}$?

2. Наведено розклад вектора $\vec{a}$ по базису $\overline{e}_1$, $\overline{e}_2$, $\overline{e}_3$: $\overline{a}=-2\overline{e}_1+3\overline{e}_2-\overline{e}_3$. Знайти складові вектора $\vec{a}$.

1) $-2\overline{e}_1; -3\overline{e}_2; -\overline{e}_3$ 2) $2\overline{e}_1;\ 3\overline{e}_2;\ \overline{e}_3$

3) $-2;\ -3;\ -1$ 4) $-2\overline{e}_1; 3\overline{e}_2; -\overline{e}_3$

3. Вектор $\vec{F}$ зображує силу, прикладену до точки B, вектор $\overrightarrow{AB}$ іде з якоїсь точки A в точку B. Як знайти момент сили F відносно точки A

1. $\overrightarrow{M}=\vec{F}\times\overrightarrow{AB}$ 2. $\overrightarrow{M}=\overrightarrow{BA}\times\vec{F}$ 3. $\overrightarrow{M}=\overrightarrow{AB}\times\vec{F}$ 4. $\overrightarrow{M}=\vec{F}\times\overrightarrow{BA}$?

4. Змішаним добутком трьох векторів $\vec{b}$, $\vec{a}$, $\vec{c}$ називається векторно скалярний добуток…

1. …$\left(\vec{b}\times\vec{a}\right)\cdot\vec{c}$ 2. …$\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)\cdot\vec{c}$

3. …$\left(\vec{c}\times\vec{a}\right)\cdot\vec{b}$ 4. …$\left(\vec{a}\times\vec{c}\right)\cdot\vec{b}$

5. Вектор $\vec{c}$ складає з віссю абсцис кут 60°, з віссю ординат кут 90°. Знайти кут між вектором $\vec{c}$ і віссю аплікат:

1) -30° або 150° 2) 30° або 150°

3) 60° або 120° 4) -60° або 120°

6. Вектор $\vec{p}$ колінеарний вектору $\vec{a}\{3;-4;-12\}$ і створює з віссю Oy гострий кут. Знайти координати вектора $\vec{p}$, якщо $\left|\vec{p}\right|=39$.

1. $\{9;12;36\}$ 2. $\{-9;12;36\}$ 3. $\{9;12;-36\}$ 4. $\{-9;12;-36\}$.

7. Наведені вектори $\vec{a}\{3;-6;2\}$ і $\vec{b}\{-2;-1;2\}$. Знайти проекцію вектора $\vec{c}=2\vec{a}-5\vec{b}$ на вектор $\vec{b}$.

1) $\frac{37}{3}$ 2) -17 3) $-\frac{37}{3}$ 4) 17

8. Наведені сили $\vec{F}_1 = -\overline{i} + 2\overline{j} + 5\vec{k}$ і $\vec{F}_2 = -\overline{i} + 6\overline{j} + 7\vec{k}$. Знайти роботу їхньої рівнодіючої при переміщенні точки з положення $M_1(0;-4;2)$ в положення $M_2(-3;7;0)$.

1) 70 2) 60 3) 50 4) 40

9. Обчислити площу трикутника з вершинами $A(-3;-2;-4)$, $B(-1;-4;-7)$ і $C(1;-2;2)$.

1) 16 м^2, 2) 18 м^2, 3) 21 м^2, 4) 14 м^2,

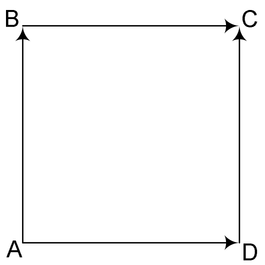
10. Знайти об'єм тетраедра з вершинами в точках $A(3;1;1)$, $B(1;4;1)$, $C(1;1;6)$ і $D(3;4;9)$.

1) 52 м^3, 2) 13 м^3, 3) 26 м^3, 4) 39 м^3.

В А Р І А Н Т № 11

1. Наведений квадрат $ABCD$. Яка з наступних рівностей має місце

1. $\overline{AB} = \overline{BC}$ 2. $\overline{AB} = \overline{DC}$ 3. $\overline{AB} = \overline{AD}$ 4. $\overline{BC} = \overline{DC}$?



2. В якому випадку скалярний добуток векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ рівний нулю

1. $\vec{a}$ і $\vec{b}$ колінеарні 2. $\vec{a} \perp \vec{b}$ 3. $\vec{a} = -\vec{b}$ 4. $\vec{a} = \vec{b}$?

3. Якій умові повинні задовольняти вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$, щоб вектори $3\vec{a} + \vec{b}$ і $\vec{a} - 3\vec{b}$ були колінеарні

1) $\vec{a} \perp \vec{b}$ 2) $\vec{a} = -\vec{b}$

3) $\vec{a} = \vec{b}$ 4) $\vec{a}$ і $\vec{b}$ колінеарні?

4. Змішаний добуток трьох ненульових векторів, рівний нулю: $\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)\cdot\vec{c}=0$. Що можна сказати про взаємне розташування векторів $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$?

1. Вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ компланарні.
2. Запис $\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)\cdot\vec{c}=0$ не має сенсу.
3. Вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ некомпланарні.
4. Вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ взаємно перпендикулярні.

5. Наведені вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$, кут між якими 120°. Знайти модуль вектора $2\vec{a}-1{,}5\vec{b}$, якщо $\left|\vec{a}\right|=3$ і $\left|\vec{b}\right|=4$:

1) $\sqrt{3}$ 2) $3\sqrt{3}$ 3) $12\sqrt{3}$ 4) $6\sqrt{3}$

6. Радіус-вектор точки M створює з віссю Ox кут 45° і з віссю Oy – 60°. Довжина його $\left|\vec{r}\right|=6$. Визначити координати точки M, якщо її координата z від'ємна:

1. $M\left(3;3\sqrt{2};-3\right)$; 2. $M\left(3\sqrt{2};3;-3\right)$;
3. $M\left(3\sqrt{2};-3;-3\right)$; 4. $M\left(-3;3;-3\right)$.

7. Проекції переміщення точки, що рухається, на осі координат рівні: $S_x=2$ м, $S_y=1$ м, $S_z=-2$ м. Проекції діючої сили $\vec{F}$ на осі координат рівні $F_x=5$ кГ, $F_y=4$ кГ, $F_z=3$ кГ. Обчислити роботу A сили $\vec{F}$ і кут між силою $\vec{F}$ і переміщенням $\vec{S}$.

1. $A=8$ кГм, $cos\,\varphi=\dfrac{4\sqrt{2}}{15}$; 2. $A=8$ кГм, $cos\,\varphi=-\dfrac{4\sqrt{2}}{15}$;
3. $A=16$ кГм, $cos\,\varphi=\dfrac{1}{2}$; 4. $A=-16$ кГм, $cos\,\varphi=\dfrac{1}{2}$.

8. Обчислити площу паралелограма, побудованого на векторах $\vec{a}=6\vec{i}+3\vec{j}-2\vec{k}$ і $\vec{b}=3\vec{i}-2\vec{j}+6\vec{k}$:

1) 70 2) 0 3) 49 4) 25

9. Знайти одиничний вектор, перпендикулярний до векторів $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ і $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

1) $\pm\frac{1}{\sqrt{11}}\left(\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}\right)$ 2) $\pm\frac{1}{\sqrt{11}}\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)$

3) $\pm\frac{1}{\sqrt{11}}\left(-\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)$ 4) $\pm\frac{1}{\sqrt{11}}\left(\vec{i} - 3\vec{j} - \vec{k}\right)$.

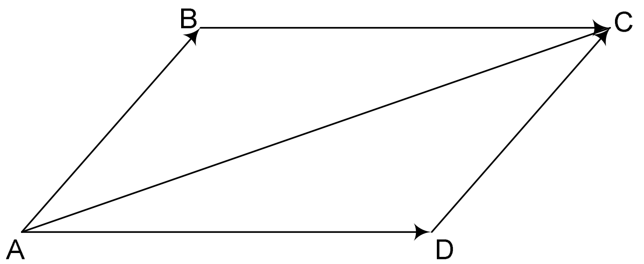
10. Обчислити об'єм паралелепіпеда, побудованого на векторах $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ і $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$.

1) 11 м^3, 2) 33 м^3,

3) 20 м^3, 4) 66 м^3.

В А Р І А Н Т № 12

1. Наведений паралелограм $ABCD$. Чи виконується рівність $\left|\overline{AC}\right| = \left|\overline{AB} + \overline{AD}\right|$?



1) так, якщо тільки $\left|\overline{AB}\right| = \left|\overline{AD}\right|$ 2) так

3) так, якщо тільки $\angle BAD$ гострий 4) ні

2. Два вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ називаються ортогональними, якщо:

1. $\vec{a} \perp \vec{b}$ 2. $\vec{a} \perp \vec{b}$ і $|\vec{a}| = |\vec{b}|$

3. $|\vec{a}| = 0$ або $|\vec{b}| = 0$ 4. $\vec{a} \perp \vec{b}$ і $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$.

3. Що можна сказати про ненульові вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$, якщо $\vec{a} \times \vec{b} = 0$?

1. $\vec{a} \perp \vec{b}$ 2. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ 3. $\vec{a}$ і $\vec{b}$ колінеарні 4. $\vec{a} = -\vec{b}$

4. Яка з написаних нижче рівностей справедлива:

1. $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=(\vec{b}\times\vec{a})\cdot\vec{c}$ 2. $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=(\vec{a}\times\vec{c})\cdot\vec{b}$

3. $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=(\vec{c}\times\vec{b})\cdot\vec{a}$ 4. $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=(\vec{b}\times\vec{c})\cdot\vec{a}$?

5. Наведено три компланарні одиничні вектори $\vec{m}$, $\vec{n}$ і $\vec{p}$, причому $(\vec{m},\vec{n})=30^\circ$ і $(\vec{n},\vec{p})=60^\circ$. Обчислити модуль вектора $\vec{u}=\vec{m}+2\vec{n}-3\vec{p}$:

1. $\sqrt{8-2\sqrt{3}}$ 2. $\sqrt{10+2\sqrt{3}}$ 3. $\sqrt{10-2\sqrt{3}}$ 4. $\sqrt{8+2\sqrt{3}}$

6. На площині наведені два вектори $\vec{p}\{2;-3\}$, $\vec{q}\{1;2\}$. Знайти розклад вектора $\vec{a}\{9;4\}$ по базису $\vec{p}$, $\vec{q}$.

1. $\vec{a}=2\vec{p}+5\vec{q}$ 2. $\vec{a}=-2\vec{p}+5\vec{q}$ 3. $\vec{a}=2\vec{p}-5\vec{q}$ 4. $\vec{a}=5\vec{p}+2\vec{q}$

7. Наведено вектори $\vec{a}\{-3;6;-2\}$ і $\vec{b}\{-2;-1;2\}$. Знайти проекцію вектора $\vec{c}=2\vec{a}-5\vec{b}$ на вектор $\vec{b}$:

1) $-\frac{53}{3}$ 2) $\frac{37}{3}$ 3) $\frac{53}{3}$ 4) $-\frac{37}{3}$.

8. Знайти вектор $\vec{x}$, знаючи, що він перпендикулярний до векторів $\vec{a}\{2;-3;1\}$ і $\vec{b}\{1;-2;3\}$ і задовольняє умові $\vec{x}(\vec{i}+2\vec{j}-7\vec{k})=10$:

1. $\vec{x}\{7;5;1\}$ 2. $\vec{x}\{2;-3;0\}$ 3. $\vec{x}\{-4;3;4\}$ 4. $\vec{x}\{2;3;-2\}$

9. Наведено вектори $\vec{a}\{3;-1;-2\}$ і $\vec{b}\{1;2;-1\}$. Знайти площу паралелограма, побудованого на векторах $2\vec{a}-\vec{b}$ і $2\vec{a}+\vec{b}$:

1) $20\sqrt{3}$ 2) $10\sqrt{3}$ 3) $15\sqrt{3}$ 4) $5\sqrt{3}$

10. Обчислити об'єм піраміди, вершини якої знаходяться в точках $A(2;0;3)$, $B(8;-1;4)$, $C(8;1;4)$ і $D(14;3;7)$.

1) 10 м^3, 2) 4 м^3, 3) 2 м^3, 4) 8 м^3.

В А Р І А Н Т № 13

1. Якій умові повинні задовольняти вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$, щоб вектор $\vec{a}+\vec{b}$ ділив кут між векторами $\vec{a}$, $\vec{b}$ навпіл:

1. $\vec{a} = \vec{b}$ 2. $\vec{a} \perp \vec{b}$ 3. $\left(\vec{a}, \hat{\ } \vec{b}\right) \le \dfrac{\pi}{2}$ 4. $\left|\vec{a}\right| = \left|\vec{b}\right|$?

2. Скалярним добутком двох векторів називається:

1. число, рівне добутку довжин цих векторів на синус кута між ними;

2. число, рівне добутку довжин цих векторів на косинус кута між ними;

3. вектор, модуль якого рівний добутку довжин цих векторів на косинус кута між ними;

4. вектор, модуль якого рівний добутку довжин цих векторів на синус кута між ними.

3. Що можна сказати про вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$, якщо $\left|\vec{a} \times \vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right|$:

1. $\vec{a} \perp \vec{b}$ 2. $\vec{a}$ і $\vec{b}$ колінеарні 3. $\vec{a} = -\vec{b}$ 4. $\vec{a} = \vec{b}$?

4. Змішаним добутком трьох векторів $\vec{c}$, $\vec{a}$ і $\vec{b}$ називається векторно-скалярний добуток:

1. $\left(\vec{a} \times \vec{b}\right) \cdot \vec{c}$ 2. $\left(\vec{c} \times \vec{a}\right) \cdot \vec{b}$ 3. $\left(\vec{b} \times \vec{c}\right) \cdot \vec{a}$ 4. $\left(\vec{c} \times \vec{b}\right) \cdot \vec{a}$.

5. Наведено три вектори $\vec{a}\{3;-1\}$, $\vec{b}\{1;-2\}$, $\vec{c}\{-1;7\}$. Знайти розклад вектора $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ за базисом $\vec{a}$, $\vec{b}$:

1. $\vec{p} = \dfrac{1}{2}\vec{a} + \dfrac{1}{2}\vec{b}$ 2. $\vec{p} = 2\vec{a} + 5\vec{b}$

3. $\vec{p} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ 4. $\vec{p} = \vec{a} - 2\vec{b}$.

6. Наведені три вектора $\vec{a}$, $\vec{b}$ і $\vec{c}$, що задовольняють умові $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$. Знаючи, що $\left|\vec{a}\right| = 3$, $\left|\vec{b}\right| = 1$ і $\left|\vec{c}\right| = 4$, обчислити $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$:

1) 13 2) –13 3) –26 4) 26.

7. Вектор $\vec{x}$, колінеарний вектору $\vec{a}\{6;-8;-7{,}5\}$, утворює гострий кут з віссю Oz. Знаючи, що $\left|\vec{x}\right| = 50$, знайти його координати.

1. $\vec{x}\{24;-32;30\}$ 2. $\vec{x}\{-12;16;15\}$

3. $\vec{x}\{12;-16;15\}$ 4. $\vec{x}\{-24;32;30\}$

8. Обчислити площу паралелограма, побудованого на векторах $\vec{a}\{0;6;2\}$ і $\vec{b}=\{2;1,5;1\}$.

1. $S=11$ м^2, 2. $S=9$ м^2, 3. $S=13$ м^2, 4. $S=17$ м^2.

9. Сила $\vec{F}\{2;1;-2\}$ прикладена до точки $A(1;4;-1)$. Визначити величину моменту цієї сили відносно початку координат:

1) $\sqrt{88}$ 2) $\sqrt{98}$ 3) $2\sqrt{30}$ 4) $\sqrt{105}$

10. Знайти об'єм піраміди, вершини якої знаходяться в точках $A(3;-2;5)$, $B(1;4;3)$, $C(3;-1;2)$ і $D(4;-2;-1)$:

1) $\frac{2}{3}$ м^3, 2) $\frac{5}{3}$ м^3, 3) $\frac{1}{3}$ м^3, 4) $\frac{7}{3}$ м^3.

В А Р І А Н Т № 14

1. Чи справедлива рівність $|\vec{a}-\vec{b}|=|\vec{a}|+|\vec{b}|$:

1. так, якщо $\vec{a}$ і $\vec{b}$ колінеарні й протилежно спрямовані;

2. так; 3. ні;

4. так, якщо $\vec{a}$ і $\vec{b}$ колінеарні й співспрямовані?

2. Яка формула виражає визначення скалярного добутку двох векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$

1) $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}| sin(\vec{a},\hat{\ }\vec{b})$;

2) $\vec{a}\cdot\vec{b}=\dfrac{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}{cos(\vec{a},\hat{\ }\vec{b})}$;

3) $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}| cos(\vec{a},\hat{\ }\vec{b})$;

4) $\vec{a}\cdot\vec{b}=\dfrac{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}{sin(\vec{a},\hat{\ }\vec{b})}$?

3. Векторним добутком вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b}$ називається третій вектор $\vec{c}$, що визначається наступними умовами:

1. а) $\left|\vec{c}\right| = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| cos\left(\vec{a},\hat{\ }\vec{b}\right)$,

   б) $\vec{c} \perp \vec{a}$ і $\vec{c} \perp \vec{b}$,

   в) вектор $\vec{c}$ спрямований таким чином, що найкоротший поворот від $\vec{a}$ до $\vec{b}$ видно з його кінця як такий, що відбувається проти годинникової стрілки.

2. а) $\left|\vec{c}\right| = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| sin\left(\vec{a},\hat{\ }\vec{b}\right)$,

   б) $\vec{c} \perp \vec{a}$ і $\vec{c} \perp \vec{b}$,

   в) вектор $\vec{c}$ спрямований таким чином, що найкоротший поворот від $\vec{a}$ до $\vec{b}$ видно з його кінця як такий, що відбувається проти годинникової стрілки.

3. а) $\left|\vec{c}\right| = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| sin\left(\vec{a},\hat{\ }\vec{b}\right)$,

   б) $\vec{c} \perp \vec{a}$ і $\vec{c} \perp \vec{b}$,

   в) вектор $\vec{c}$ спрямований таким чином, що найкоротший поворот від $\vec{a}$ до $\vec{b}$ видно з його кінця як такий, що відбувається за годинниковою стрілкою.

4. а) $\left|\vec{c}\right| = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| cos\left(\vec{a},\hat{\ }\vec{b}\right)$,

   б) $\vec{c} \perp \vec{a}$ і $\vec{c} \perp \vec{b}$,

   в) вектор $\vec{c}$ спрямований таким чином, що найкоротший поворот від $\vec{a}$ до $\vec{b}$ видно з його кінця як такий, що відбувається за годинниковою стрілкою.

4. Для яких векторів $\vec{a}$, $\vec{b}$ і $\vec{c}$ справедливі наступні рівності: $\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)\cdot\vec{c} = \vec{b}\left(\vec{c}\times\vec{a}\right) = \left(\vec{c}\times\vec{a}\right)\cdot\vec{b}$:

1. тільки для лівої трійки векторів;

2. тільки для правої трійки векторів;

3. для будь-яких $\vec{a}$, $\vec{b}$ і $\vec{c}$;

4. для $\vec{a}$, $\vec{b}$ і $\vec{c}$, що задовольняють умові $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}|$?

5. Вектор $\vec{m}$ перпендикулярний до осі Oz і вектора $\vec{a}\{8;-15;3\}$ утворює гострий кут з віссю Ox. Знаючи, що $|\vec{m}| = 51$, знайти його координати:

1. $\vec{m}\{45;24;0\}$ 2. $\vec{m}\{24;45;0\}$

3. $\vec{m}\{-24;45;0\}$ 4. $\vec{m}\{45;-24;0\}$.

6. Встановити, при яких значеннях α, β вектори $\vec{a}\{-2;3;\beta\}$ і $\vec{b}\{\alpha;-6;2\}$ колінеарні:

1. $\alpha = 3$, $\beta = 1$ 2. $\alpha = 4$, $\beta = 1$ 3. $\alpha = 4$, $\beta = -1$ 4. $\alpha = 1$, $\beta = 4$

7. Наведено три вектори $\vec{p}\{3;-2;1\}$, $\vec{q}\{-1;1;-2\}$, $\vec{r}\{2;1;-3\}$. Знайти розклад вектора $\vec{c}\{11;-6;5\}$ по базису $\vec{p}$, $\vec{q}$, $\vec{r}$.

1. $\vec{c} = 2\vec{p} - 3\vec{q} + \vec{r}$ 2. $\vec{c} = 2\vec{p} + 3\vec{q} - \vec{r}$

3. $\vec{c} = -2\vec{p} + 3\vec{q} + \vec{r}$ 4. $\vec{c} = \vec{p} + \vec{q} - \vec{r}$

8. Вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$ і $\vec{c}$ попарно утворюють один з одним кути, кожний з яких рівний 60°. Знаючи, що $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2$ і $|\vec{c}| = 6$, визначити модуль вектора $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

1. $|\vec{p}| = 10$ 2. $|\vec{p}| = 15$ 3. $|\vec{p}| = 5$ 4. $|\vec{p}| = 20$

9. Обчислити площу паралелограма, побудованого на векторах $\vec{a}\{0;3;1\}$, $\vec{b}\{4;3;2\}$.

1) 11 м^2 2) 9 м^2 3) 13 м^2 4) 15 м^2

10. Обчислити об'єм тетраедра, вершини якого знаходяться в точках $A(2;-1;1)$, $B(5;5;4)$, $C(3;2;-1)$ і $D(4;1;3)$.

1) 1,5 м^3 2) 3 м^3 3) 6 м^3 4) 2 м^3

В А Р І А Н Т № 15

1. Якими повинні бути вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$, щоб мало місце співвідношення $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|$:

1) $\vec{a}$ і $\vec{b}$ колінеарні й однаково спрямовані.

2) $\vec{a}$ і $\vec{b}$ колінеарні й протилежно спрямовані.

3) $\vec{a} \perp \vec{b}$ 4) $\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|$?

2. За якою формулою можна визначити кут φ між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$:

1. $cos\varphi=\dfrac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|}$ 2. $cos\varphi=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|}$

3. $cos\varphi=\dfrac{\vec{a}\times\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|}$ 4. $sin\varphi=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|}$?

3. Яка формула виражає розподільну властивість векторного добутку:

1. $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\times\vec{c}=\vec{c}\times\vec{a}+\vec{c}\times\vec{b}$ 2. $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\times\vec{c}=\vec{a}\times\vec{c}+\vec{b}\times\vec{c}$

3. $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\times\vec{c}=\vec{a}\times\vec{c}+\vec{c}\times\vec{b}$ 4. $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\times\vec{c}=\vec{c}\times\vec{a}+\vec{b}\times\vec{c}$?

4. Чому дорівнює об’єм трикутної піраміди, побудованої на векторах $\vec{a}$, $\vec{b}$ і $\vec{c}$:

1) $\dfrac{1}{6}\left(\vec{a}\vec{b}\vec{c}\right)$ 2) $\dfrac{1}{3}\left|\vec{a}\vec{b}\vec{c}\right|$ 3) $\dfrac{1}{6}\left|\left(\vec{a}\vec{b}\vec{c}\right)\right|$ 4) $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$?

5. На площині наведено два вектори $\vec{a}\{-2;1\}$ і $\vec{b}\{7;-4\}$. Знайти розклад вектора $\vec{c}\{3;-2\}$ за базисом $\vec{a}$, $\vec{b}$:

1) $\vec{c}=2\vec{a}-\vec{b}$ 2) $\vec{c}=\vec{a}+2\vec{b}$ 3) $\vec{c}=2\vec{a}+3\vec{b}$ 4) $\vec{c}=2\vec{a}+\vec{b}$.

6. Знайти вектор $\vec{x}$, що колінеарний вектору $\vec{a}\{-3;1;-4\}$ і задовольняє умові $\vec{x}\cdot\vec{a}=-52$:

1) $\vec{x}=\{-6;1;-8\}$, 2) $\vec{x}=\{-6;2;-6\}$,

3) $\vec{x}=\{-6;2;-8\}$, 4) $\vec{x}=\{6;-2;8\}$.

7. Знайти проекцію вектора $\vec{a}\{-5;1;-5\}$ на напрям вектора $\vec{b}\{2;-1;-2\}$.

1) $-\frac{1}{3}$; 2) $\frac{4}{3}$; 3) $\frac{1}{3}$; 4) $-\frac{2}{3}$.

8. Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ утворюють кут $\varphi = \frac{\pi}{6}$. Знаючи, що $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 1$. Обчислити кут α між векторами $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b}$ і $\vec{q} = \vec{a} - \vec{b}$:

1) $\alpha = arccos\left(\frac{2}{\sqrt{7}}\right)$ 2) $\alpha = arccos\left(-\frac{4}{5}\right)$

3) $\alpha = arccos\, 0{,}5$ 4) $\alpha = arccos(-0{,}5)$.

9. Сила $\vec{F}\{3;2;-4\}$ прикладена до точки $A(2;-1;1)$. Визначити момент цієї сили відносно початку координат:

1. $\overrightarrow{M}_0\{2;11;7\}$ 2. $\overrightarrow{M}_0\{-2;11;7\}$

3. $\overrightarrow{M}_0\{2;-11;7\}$ 4. $\overrightarrow{M}_0\{-2;-11;7\}$

10. Обчислити об’єм паралелепіпеда, побудованого на векторах $\vec{a}\{1;-1;1\}$, $\vec{b}\{1;1;1\}$, $\vec{c}\{2;3;4\}$:

1) 10 м^3 2) 3 м^3 3) 4 м^3 4) 8 м^3

В А Р І А Н Т № 16

1. Як повинні бути розташовані вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$, щоб виконувалася рівність: $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$

1) $\vec{a}$ і $\vec{b}$ колінеарні, 2) $(\vec{a}, \hat{\ } \vec{b})$ – гострий,

3) $\vec{a} \perp \vec{b}$, 4) $(\vec{a}, \hat{\ } \vec{b})$ – тупий?

2. Якщо вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ взаємно перпендикулярні, то $|\vec{a} \times \vec{b}| =$

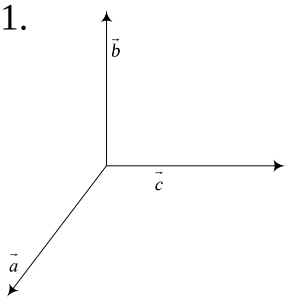
1) $= |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ 2) $= \left(|\vec{a}| - |\vec{b}|\right)^2$ 3) $= \left(|\vec{a}| + |\vec{b}|\right)^2$ 4) $= |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2$

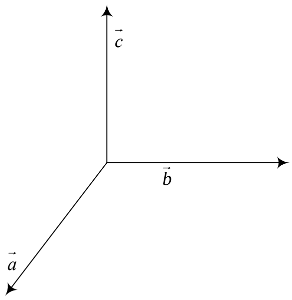
3. Вектор $\vec{F}$ зображує силу, точка прикладення якої переміщується з положення M_1 в положення M_2. Чому дорівнює робота A цієї сили на переміщенні $\overline{M_1M_2}$

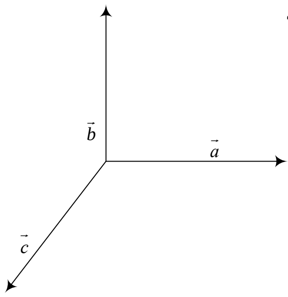
1. $A = \vec{F} \times \overline{M_1M_2}$ 2. $A = \vec{F} \cdot \overline{M_1M_2}$

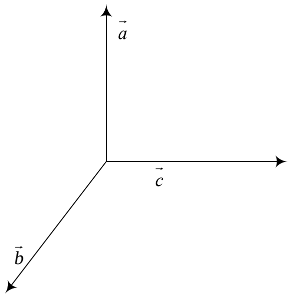
3. $A = \left|\vec{F} \times \overline{M_1M_2}\right|$ 4. $A = \left|\vec{F} \cdot \overline{M_1M_2}\right|$?

4. Яка з указаних нижче трійок некомпланарних векторів $\vec{a}$, $\vec{b}$ і $\vec{c}$ ліва?

1. 

2. 

3. 

4. 

5. На площині наведено два вектори $\vec{a}\{3;-2\}$ і $\vec{b}\{-2;1\}$. Знайти розклад вектора $\vec{c}\{7;-4\}$ за базисом $\vec{a}$, $\vec{b}$.

1. $\vec{c} = \vec{a} + 2\vec{b}$ 2. $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$ 3. $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$ 4. $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$

6. Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ утворюють кут $\varphi = \dfrac{2\pi}{3}$. Знаючи, що $\left|\vec{a}\right| = 3$, $\left|\vec{b}\right| = 4$, обчислити $\left(\vec{a} + \vec{b}\right)^2$.

1) 6 2) 14 3) 16 4) 13

7. Наведено два вектори: $\vec{a}\{3;-1;5\}$ і $\vec{b}\{1;2;-3\}$. Знайти вектор $\vec{x}$ за умови, що він перпендикулярний до осі Oz і задовольняє умовам: $\vec{x} \cdot \vec{a} = 9$, $\vec{x} \cdot \vec{b} = -4$.

1. $\vec{x}\{2;-3;0\}$ 2. $\vec{x}\{2;3;0\}$

3. $\vec{x}\{2;3;0\}$ 4. $\vec{x}\{3;-2;0\}$

8. Обчислити площу трикутника з вершинами $A(1;2;3)$, $B(-1;0;-6)$ і $C(-3;2;-3)$:

1) 14 м^2, 2) 16 м^2, 3) 28 м^2, 4) 10 м^2.

9. Наведено вектори $\vec{a}\{4;1;-4\}$, $\vec{b}\{-1;6;-8\}$ і $\vec{c}\{-3;-5;2\}$. Знайти проекцію вектора $\vec{b}+\vec{c}$ на вектор $\vec{a}-\vec{c}$.

1) $-\frac{14}{11}$ 2) $\frac{13}{11}$ 3) $\frac{14}{11}$ 4) $-\frac{13}{11}$.

10. Наведено вершини тетраедра: $A(0;0;1)$, $B(2;3;5)$, $C(6;2;3)$ і $D(3;7;2)$. Знайти довжину його висоти, опущеної з вершини A:

1) 20 2) $\frac{4\sqrt{510}}{17}$ 3) $\frac{3\sqrt{510}}{17}$ 4) $\frac{4\sqrt{710}}{17}$

В А Р І А Н Т № 17

1. Яке з наступних співвідношень справедливе:

1. $\lambda\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=\lambda\vec{a}+\lambda\vec{b}$ 2. $\lambda\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=\lambda\vec{a}+\vec{b}$

3. $\lambda\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=\vec{a}+\lambda\vec{b}$ 4. $\lambda\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\neq\lambda\vec{a}+\lambda\vec{b}$?

2. Записати теорему про проекції суми векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ на вектор $\vec{b}+\vec{m}$:

1. $Пр_{\vec{b}+\vec{m}}\left(\vec{a}+\vec{c}\right)=Пр_{\vec{b}+\vec{m}}\vec{a}+Пр_{\vec{b}+\vec{m}}\vec{c}$.

2. $Пр_{\vec{b}+\vec{m}}\left(\vec{a}+\vec{c}\right)=Пр_{\vec{b}}\vec{a}+Пр_{\vec{m}}\vec{c}$

3. $Пр_{\vec{b}+\vec{m}}\left(\vec{a}+\vec{c}\right)=Пр_{\vec{b}}\left(\vec{a}+\vec{c}\right)+Пр_{\vec{m}}\left(\vec{a}+\vec{c}\right)$.

4. $Пр_{\vec{b}+\vec{m}}\left(\vec{a}+\vec{c}\right)=Пр_{\vec{b}}\vec{a}+Пр_{\vec{b}}\vec{c}\ \ Пр_{\vec{m}}\vec{a}+Пр_{\vec{m}}\vec{c}$

3. Для яких векторів $\vec{a}$, $\vec{b}$ і $\vec{c}$ справедлива рівність $\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)$

1. $\vec{a}=\vec{b}=\vec{c}$; 2. $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ – будь-які три вектори;

3. $\vec{a}=\vec{b}$, $\vec{a}\perp\vec{c}$, $\vec{b}\perp\vec{c}$; 4. $\vec{b}=\vec{c}$, $\vec{b}\perp\vec{a}$, $\vec{c}\perp\vec{a}$?

4. Записати умову перпендикулярності векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$:

1. $\vec{a}\times\vec{b}=0$ 2. $\vec{a}+\vec{b}=0$ 3. $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ 4. $\vec{a}-\vec{b}=0$

5. Наведено три сили $\vec{F}_1\{3;-4;2\}$, $\vec{F}_2\{2;3;-5\}$ і $\vec{F}_3\{-3;-2;4\}$, прикладені до однієї точки. Обчислити, яку роботу виконує рівнодіюча цих сил, коли її точка

прикладення, рухаючись прямолінійно, переміщується з положення $M_1(5;3;-7)$ в положення $M_2(4;-1;-4)$:

1) 30 2) 26 3) 10 4) 13.

6. Наведено три вектори $\vec{a}\{1;-1;2\}$, $\vec{b}\{2;2;-1\}$ і $\vec{c}\{3;7;-7\}$. Знайти розклад вектора $\vec{d}\{2;1;0\}$ за базисом $\vec{a}$, $\vec{b}$ і $\vec{c}$.

1. $\vec{d}=3\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$ 2. $\vec{d}=1{,}5\vec{a}-0{,}5\vec{b}+0{,}5\vec{c}$

3. $\vec{d}=3\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ 4. $\vec{d}=-1{,}5\vec{a}+0{,}5\vec{b}+0{,}5\vec{c}$

7. Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ утворюють кут $\varphi=\frac{2\pi}{3}$. Знаючи, що $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=4$, обчислити $(3\vec{a}-2\vec{b})\cdot(\vec{a}+2\vec{b})$:

1) -61 2) 37 3) -73 4) 16

8. Встановити, при якому значенні α вектори $\vec{a}\{\alpha;-3;2\}$ і $\vec{b}\{1;2;-\alpha\}$ взаємно перпендикулярні:

1. $\alpha=-3$ 2. $\alpha=-6$ 3. $\alpha=6$ 4. $\alpha=3$

9. Обчислити площу трикутника з вершинами $A(1;-2;2)$, $B(-1;-4;-7)$ і $C(-3;-2;-4)$:

1) 16 м^2 2) 21 м^2 3) 13 м^2 4) 14 м^2

10. Обчислити об’єм трикутної піраміди з вершинами в точках $A(0;0;1)$, $B(2;3;5)$, $C(6;2;3)$ і $D(3;7;2)$:

1) 10 м^3 2) 40 м^3 3) 20 м^3. 4) 15 м^3

В А Р І А Н Т № 18

1. При яких λ має місце рівність $|\lambda\vec{a}|=\lambda|\vec{a}|$:

1) при будь-яких λ; 2) ні при яких λ;

3) $\lambda\geq 0$; 4) $\lambda<0$?

2. Записати умову перпендикулярності векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$:

1. $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ 2. $\vec{a}\times\vec{b}=0$ 3. $\vec{a}-\vec{b}=0$ 4. $\vec{a}+\vec{b}=0$

3. Вектор $\vec{p}$ зображує силу, прикладену до точки B. Вектор $\overrightarrow{AB}$ йде з деякої точки A в точку B. Як визначається момент сили $\vec{F}$ відносно точки A:

1. $\overrightarrow{M}_A = \vec{F} \times \overrightarrow{AB}$ 2. $\overrightarrow{M}_A = \overrightarrow{BA} \times \vec{F}$

3. $\overrightarrow{M}_A = \overrightarrow{AB} \times \vec{F}$ 4. $\overrightarrow{M}_A = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$?

4. Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ не колінеарні. Яке із записаних нижче чотирьох співвідношень справедливе для цих векторів:

1. $\left|\vec{a}+\vec{b}\right| < \left|\vec{a}\right| + \left|\vec{b}\right|$ 2. $\left|\vec{a}+\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right| + \left|\vec{b}\right|$

3. $\left|\vec{a}+\vec{b}\right| > \left|\vec{a}\right| + \left|\vec{b}\right|$ 4. $\left|\vec{a}-\vec{b}\right| < \left|\vec{a}\right| - \left|\vec{b}\right|$?

5. Вектор складає з осями Ox і Oz кути $\alpha = 120^\circ$ і $\gamma = 45^\circ$. Який кут він складає з віссю Oy:

1. 45° або 135° 2. 75° або 105°

3. 30° або 150° 4. 60° або 120°?

6. Наведено вектори $\vec{a}\{2;1;0\}$, $\vec{b}\{2;2;-1\}$ і $\vec{c}\{3;7;-7\}$. Знайти розклад вектора $\vec{p}\{1;-1;2\}$ за базисом $\vec{a}$, $\vec{b}$ і $\vec{c}$:

1. $\vec{p} = \frac{1}{3}\left(2\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$ 2. $\vec{p} = \frac{1}{3}\left(-2\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}\right)$

3. $\vec{p} = \frac{1}{3}\left(-2\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$ 4. $\vec{p} = \frac{1}{3}\left(\vec{a}-\vec{b}+3\vec{c}\right)$.

7. Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ утворюють кут $\varphi = \frac{2\pi}{3}$. Знаючи, що $\left|\vec{a}\right| = 3$, $\left|\vec{b}\right| = 4$, обчислити $\left(3\vec{a}+2\vec{b}\right)^2$.

1) 61 2) 37 3) 73 4) 70.

8. Знайти вектор $\vec{x}$, що колінеарний вектору $\vec{a}\{2;1;-1\}$ і задовольняє умові $\vec{x}\cdot\vec{a} = 3$.

1. $\vec{x}\{1;0,5;-0,5\}$ 2. $\vec{x}\{1;-0,5;-0,5\}$

3. $\vec{x}\{-1;0,5;-0,5\}$ 4. $\vec{x}\{-1;-0,5;0,5\}$

9. Обчислити площу трикутника з вершинами $A(1;-1;-1)$, $B(-1;-1;-8)$ і $C(-3;1;-5)$.

1) 15 м^2 2) 14 м^2 3) 21 м^2 4) 10 м^2

10. Знайти об'єм тетраедра з вершинами в точках $A(1;4;1)$, $B(1;1;6)$, $C(3;4;9)$ і $D(3;1;1)$:

1) 52 м^3 2) 13 м^3 3) 26 м^3 4) 39 м^3

В А Р І А Н Т № 19

1. Якій умові повинні задовольняти три вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, щоб з них можна було утворити трикутник, сполучаючи початок кожного вектора з кінцем одного з двох інших:

1. $\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}=0$ 2. $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0$

3. $\vec{a}-\vec{b}-\vec{c}=0$ 4. $\vec{a}-\vec{b}-\vec{c}=0$?

2. Чому дорівнює площа паралелограма, побудованого на векторах $\vec{a}$ і $\vec{b}$

1. $S=\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|$, 2. $S=\vec{a}\times\vec{b}$,

3. $S=\frac{1}{2}\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|$, 4. $S=\frac{1}{2}\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)$?

3. У паралелограмі $ABCD$ діагоналі $\overrightarrow{AC}=\vec{a}$ і $\overrightarrow{BD}=\vec{b}$. Якій умові повинні задовольняти $\vec{a}$ і $\vec{b}$ для того, щоб $ABCD$ являв собою ромб

1. $\vec{a}\times\vec{b}=0$, 2. $\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|$,

3. $\left|\vec{a}\right|\neq\left|\vec{b}\right|$, 4. $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$?

4. Вектор $\vec{a}$ складає з координатними осями Oy і Oz кути $\beta=60^\circ$, $\gamma=60^\circ$. Обчислити його координати, якщо $\left|\vec{a}\right|=4$ і його проекція на вісь Ox позитивна:

1. $\vec{a}\{2;2;2\}$ 2. $\vec{a}\{1;2;2\}$

3. $\vec{a}\left\{2\sqrt{2};2;2\right\}$ 4. $\vec{a}\left\{\sqrt{2};2\sqrt{2};3\right\}$

5. Наведено три вектори $\vec{a}\{2;1;0\}$, $\vec{b}=\{1;-1;2\}$ і $\vec{c}\{3;7;-7\}$. Знайти розклад вектора $\vec{p}\{2;2;-1\}$ за базисом $\vec{a}$, $\vec{b}$ і $\vec{c}$:

1) $\vec{p}=2\vec{a}+3\vec{b}+\vec{c}$, 2) $\vec{p}=-2\vec{a}+3\vec{b}+\vec{c}$,

3) $\vec{p}=2\vec{a}-3\vec{b}+\vec{c}$, 4) $\vec{p}=-2\vec{a}-3\vec{b}+\vec{c}$.

6. Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ взаємно перпендикулярні; вектор $\vec{c}$ утворює з ними кути, рівні 60°; знаючи, що $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=5$, $|\vec{c}|=8$, обчислити $(3\vec{a}-2\vec{b})(\vec{b}+3\vec{c})$:

1) 62, 2) -62, 3) 74, 4) -74.

7. Вектор $\vec{x}$ перпендикулярний до векторів $\vec{a}\{4;-2;-3\}$, $\vec{b}\{0;1;3\}$ утворює з віссю Oy тупий кут. Знаючи, що $|\vec{x}|=26$. Знайти його координати:

1. $\vec{x}\{-6;-24;8\}$, 2. $\vec{x}\{6;-24;8\}$,

3. $\vec{x}\{-6;-24;-8\}$, 4. $\vec{x}\{6;24;8\}$.

8. Вектор $\vec{F}$ зображує силу, точка прикладення якої переміщується з початку в кінець вектора $\vec{S}$. За якою формулою обчислюється робота A цієї сили на переміщення $\vec{S}$:

1) $A=\vec{F}\cdot\vec{S}$, 2) $A=|\vec{F}\cdot\vec{S}|$, 3) $A=\vec{F}\times\vec{S}$, 4) $A=|\vec{F}\times\vec{S}|$?

9. Сила $\vec{F}\{1;-2;4\}$ прикладена до точки $B(1;2;3)$. Визначити момент цієї сили відносно точки $A(3;2;-1)$:

1. $\vec{M}_A\{-8;-12;-4\}$, 2. $\vec{M}_A\{8;12;4\}$,

3. $\vec{M}_A\{-8;12;-4\}$, 3. $\vec{M}_A\{8;-12;4\}$.

10. Обчислити об'єм паралелепіпеда, побудованого на векторах $\vec{a}\{-3;1;1)$, $\vec{b}\{7;-3;1)$, $\vec{c}\{2;-1;3)$:

1) $V=7$ м^3, 2) $V=4$ м^3,

3) $V=3$ м^3, 4) $V=5$ м^3.

В А Р І А Н Т № 20

1. Якій умові повинні задовольняти вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$, щоб вектор $\vec{a}+\vec{b}$ ділив кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$ навпіл:

1. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ 2. $\vec{a} \perp \vec{b}$

3. $|\vec{a}| \neq |\vec{b}|$ 4. $\left(\vec{a},\hat{\ }\vec{b}\right) \leq \dfrac{\pi}{2}$?

2. За якою формулою можна визначити кут φ між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$:

1. $cos\varphi = \dfrac{|\vec{a}\times\vec{b}|}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$ 2. $cos\varphi = \dfrac{\vec{a}\times\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$

3. $cos\varphi = \dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$ 4. $sin\varphi = \dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$?

3. Записати умову колінеарності векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$:

1. $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ 2. $\vec{a}\times\vec{b}=0$

3. $\vec{a}-\vec{b}=0$ 4. $\vec{a}+\vec{b}=0$.

4. Змішаним добутком трьох векторів $\vec{b}$, $\vec{a}$, $\vec{c}$ називається векторно-скалярний добуток:

1. $\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)\cdot\vec{c}$ 2. $\left(\vec{c}\times\vec{a}\right)\cdot\vec{b}$

3. $\left(\vec{b}\times\vec{a}\right)\cdot\vec{c}$ 4. $\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)\cdot\vec{a}$

5. Наведено два вектори $\vec{a}\{1;2;-3\}$ і $\vec{b}\{3;-1;5\}$. Знайти вектор $\vec{x}$ при умові, що він перпендикулярний до осі Oz і задовольняє умовам: $\vec{x}\cdot\vec{a}=-4$, $\vec{x}\cdot\vec{b}=9$

1) $\vec{x}\{-2;-3;0\}$, 2) $\vec{x}\{2;3;1\}$,

3) $\vec{x}\{-2;3;0\}$, 4) $\vec{x}\{2;-3;0\}$.

6. Наведено чотири вектори $\vec{a}\{2;1;0\}$, $\vec{b}\{1;-1;2\}$, $\vec{c}\{2;2;-1\}$ і $\vec{p}\{3;7;-7\}$. Знайти розклад вектора $\vec{p}$ за базисом $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.

1) $\vec{p}=2\vec{a}+3\vec{b}+\vec{c}$, 2) $\vec{p}=-2\vec{a}-3\vec{b}+\vec{c}$,

3) $\vec{p} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$, 4) $\vec{p} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$.

7. Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ взаємно перпендикулярні, вектор $\vec{c}$ утворює з ними кути, рівні 60°; знаючи, що $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $|\vec{c}| = 8$, обчислити $\left(\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c}\right)^2$.

1) 373 2) 573 3) 353 4) 203

8. Сила $\vec{F}\{2;-2;-1\}$ прикладена до точки $A(6;-6;-1)$. Визначити величину моменту цієї сили відносно початку координат:

1) $3\sqrt{2}$, 2) $4\sqrt{2}$, 3) $2\sqrt{2}$, 4) $6\sqrt{2}$.

9. Наведено вектори $\vec{a}\{-3;6;-2\}$ і $\vec{b}\{-2;-1;2\}$. Знайти проекцію вектора $\vec{c} = 2\vec{a} + 5\vec{b}$ на вектор $\vec{b}$:

1) $\frac{37}{3}$; 2) $\frac{35}{3}$; 3) -31; 4) 13

10. Обчислити об'єм піраміди з вершинами в точках $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;6)$ і $D(2;3;8)$:

1) 28 2) 7 3) 14 4) 56

В А Р І А Н Т №21

1. Задано точки $A(3;4;12)$ і $B(6;8;0)$. Знайти вектор $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, його довжину $|\vec{a}|$ й напрямні косинуси, орт $\overrightarrow{a_0}$

1. $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 12\vec{k}$

$|\vec{a}| = 13$ $\overrightarrow{a_0} = \left\{\frac{3}{13};\frac{4}{13};-\frac{12}{13}\right\}$

$cos\,\alpha = \frac{3}{13}$; $cos\,\beta = \frac{4}{13}$; $cos\,\gamma = -\frac{12}{13}$

2. $\vec{a} = 9\vec{i} + 12\vec{j} + 12\vec{k}$

$|\vec{a}| = \sqrt{369}$ $\overrightarrow{a_0} = \left\{\frac{9}{\sqrt{369}};\frac{12}{\sqrt{369}};-\frac{12}{\sqrt{369}}\right\}$

$cos\,\alpha = \frac{9}{\sqrt{369}}$; $cos\,\beta = cos\,\gamma = \frac{12}{\sqrt{369}}$

3. $\vec{a} = -3\vec{i} - 4\vec{j} + 12\vec{k}$

$|\vec{a}| = 13$ $\overrightarrow{a_0} = \left\{-\frac{3}{13};-\frac{4}{13};\frac{12}{13}\right\}$

$cos\,\alpha = -\frac{3}{13}$; $cos\,\beta = -\frac{4}{13}$; $cos\,\gamma = \frac{12}{13}$

4. $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 12\vec{k}$

$|\vec{a}| = \sqrt{152}$ $\overrightarrow{a_0} = \left\{\frac{2}{\sqrt{152}};\frac{2}{\sqrt{152}};\frac{12}{\sqrt{152}}\right\}$

$cos\,\alpha = \frac{2}{\sqrt{152}} = cos\,\beta$; $cos\,\gamma = \frac{12}{\sqrt{152}}$

2. Чи можуть два вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ мати рівні модулі й бути нерівними

1. так, 2. ні?

3. Написати формулу обчислення кута φ між двома векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$:

1) $cos\varphi=\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|}$, 2) $cos\varphi=\frac{\vec{a}\times\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|}$,

3) $sin\varphi=\frac{\vec{a}\times\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|}$, 4) $tg\varphi=\frac{\vec{a}\times\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|}$.

4. Задано вектори $\vec{a}=\{1;2;3\}$ і $\vec{b}=\{3;-2;-1\}$. Знайти вектор $\vec{x}$, що перпендикулярний до осі OZ і задовольняє умовам: $\vec{x}\cdot\vec{a}=2$ $\vec{x}\cdot\vec{b}=6$:

1. $\vec{x}=\{2;0;0\}$ 2. $\vec{x}=\{1;1;0\}$ 3. $\vec{x}=\{1;1;1\}$ 4. $\vec{x}=\{2;1;0\}$

5. Наведено чотири вектори: $\vec{a}=\{2;1;0\}$, $\vec{b}=\{1;0;0\}$, $\vec{c}=\{2;2;-1\}$ і $\vec{p}=\{3;1;-1\}$. Розкласти вектор $\vec{p}$ по векторах $\vec{a}$; $\vec{b}$; $\vec{c}$:

1. $\vec{p}=-\vec{a}+3\vec{b}+\vec{c}$, 2. $\vec{p}=\vec{a}-\vec{b}+3\vec{c}$, 3. $\vec{p}=3\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$,

4. $\vec{p}=-\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}$.

6. Обчислити площу паралелограма, побудованого на векторах $\vec{c}=\vec{a}+3\vec{b}$ і $\vec{d}=3\vec{a}+\vec{b}$, якщо $\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|=1$, а кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$ дорівнює $\varphi=30^{\circ}$:

1) $S=4$, 2) $S=8$, 3) $S=2$, 4) $S=6$.

7. Встановити значення λ, за яким вектори $\vec{a}=\lambda\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{b}=5\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$ і $\vec{c}=-\vec{i}+5\vec{j}+4\vec{k}$ будуть компланарні:

1) $\lambda=3$, 2) $\lambda=-3$, 3) $\lambda=6$, 4) $\lambda=1$.

8. Об’єм тетраедра $V=10$; три його вершини знаходяться в точках $A(1;2;-1)$, $B(4;8;-7)$, $C(-1;2;-2)$. Знайти координати четвертої вершини D, що лежить на осі OZ:

1) $D(0,0,6)$ або $D(0,0,-4)$, 2) $D(0,0,4)$ або $D(0,0,-6)$,

3) $D(0,0,5)$ або $D(0,0,7)$, 4) $D(0,0,3)$ або $D(0,0,-1)$.

9. Знайти роботу сили $\vec{F}$ при переміщенні $\vec{S}$, якщо $\left|\vec{F}\right|=2$, $\left|\vec{S}\right|=5$, а кут $\varphi=\left(\vec{F}\,\hat{}\,\vec{S}\right)=\dfrac{\pi}{6}$:

1) $A=3\sqrt{5}$, 2) $A=\sqrt{11}$, 3) $A=5\sqrt{3}$, 4) $A=7$.

10. Сила $\vec{F}=\vec{i}-5\vec{j}+6\vec{k}$ прикладена до точки $C(4;2;1)$. Знайти момент цієї сили відносно точки $A(1;3;-4)$:

1) $\overrightarrow{M}=19\vec{i}-13\vec{j}-14\vec{k}$, 2) $\overrightarrow{M}=-19\vec{i}+13\vec{j}+14\vec{k}$,

3) $\overrightarrow{M}=-14\vec{i}+23\vec{j}-16\vec{k}$, 4) $\overrightarrow{M}=14\vec{i}-23\vec{j}+16\vec{k}$.

В А Р І А Н Т №22

1. $ABCDEF$ – правильний шестикутник. Порівняти довжини векторів $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CB}$; $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{DE}$; $\overrightarrow{EF}$; $\overrightarrow{AE}$. Які з них рівні? Протилежні?

1. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DE}$	2. $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{CD}$	3. $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AB}$	4. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DE}$
$\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{EF}$	$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{CB}$	$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{DE}$	$\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{EF}$
$\overrightarrow{CD}=-\overrightarrow{AF}$	$\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{DE}$	$\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{FE}$	$\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{CD}$.

2. Наведено вершини трикутника $A(-1;3;7)$, $B(2;-1;5)$, $C(0;1;4)$. Знайти довжину медіани $\overrightarrow{AM}$:

1) $\dfrac{\sqrt{77}}{2}$ 2) $\sqrt{\dfrac{85}{2}}$ 3) $\dfrac{7}{2}$ 4) 5

3. Яка умова перпендикулярності двох векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$

1. $\vec{a}+\vec{b}=0$ 2. $\vec{a}-\vec{b}=0$ 3. $\vec{a}\times\vec{b}=0$ 4. $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$?

4. Знайти, при якому значенні α вектори $\vec{a}=\alpha\vec{i}-3\vec{j}+2\vec{k}$ і $\vec{b}=\vec{i}+2\vec{j}-2\vec{k}$ взаємно перпендикулярні:

1. $\alpha=-6$ 2. $\alpha=6$ 3. $\alpha=2$ 4. $\alpha=3$

5. Обчислити висоту трикутника ABC, опущену з вершини B на сторону AC якщо задані його вершини: $A(1;-1;2)$, $B(5;-6;2)$, $C(1;3;-1)$.

1) 6 2) 5 3) 4 4) 7.

6. Знайти площу паралелограма, побудованого на векторах $\vec{a}=\vec{p}+2\vec{q}$ і $\vec{b}=2\vec{p}+\vec{q}$, якщо $\vec{p}$ і $\vec{q}$ – одиничні вектори $\left|\vec{p}\right|=\left|\vec{q}\right|=1$, а кут між ними $\varphi=\dfrac{\pi}{3}$.

1. $S=6\sqrt{3}$ 2. $S=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ 3. $S=7$ 4. $S=3\sqrt{3}$

7. Наведено чотири вектори: $\vec{a}=\{2;1;0\}$, $\vec{b}=\{1;-1;2\}$, $\vec{c}=\{2;2;-1\}$ і $\vec{p}=\{10;5;1\}$. Розкласти вектор $\vec{p}$ по векторах $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$

1. $\vec{p}=\vec{a}+2\vec{b}+3\vec{c}$ 2. $\vec{p}=\vec{a}+3\vec{b}+2\vec{c}$ 3. $\vec{p}=2\vec{a}+3\vec{b}+\vec{c}$

4. $\vec{p}=\vec{a}-3\vec{c}$

8. Задано вершини піраміди $OABC$: $O(0;0;2)$, $A(5;2;0)$, $B(2;5;0)$, $C(1;2;4)$. Знайти площу грані ABC й висоту піраміди, опущеної з вершини O:

1. $S=12\sqrt{3}$; $h=\dfrac{5\sqrt{3}}{6}$, 2. $S=6\sqrt{3}$; $h=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$,

3. $S=12\sqrt{3}$; $h=\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$, 4. $S=12$; $h=\dfrac{10}{3}$.

9. Задано три сили $\vec{p}=\{2,-1,1\}$; $\vec{Q}=\{3,2,-1\}$; $\vec{R}=\{-4,1,3\}$ які прикладені до т. $C(-1;4;2)$. Знайти момент рівнодіючої цих сил відносно точки $A(2;3;-1)$

1. $\overrightarrow{M}=-3\vec{i}+12\vec{j}-7\vec{k}$ 2. $\overrightarrow{M}=12\vec{i}-3\vec{j}-7\vec{k}$

3. $\overrightarrow{M}=7\vec{i}+12\vec{j}-3\vec{k}$ 4. $\overrightarrow{M}=12\vec{i}+3\vec{j}+7\vec{k}$

10. Вектор $\vec{y}$, перпендикулярний до осі OZ і вектора $\vec{a}=\{84;-135;2\}$ утворює гострий кут з віссю OX. Знаючи, що $\left|\vec{y}\right|=53$, знайти координати вектора $\vec{y}$:

1. $\vec{y}=\{28;45;0\}$ 2. $\vec{y}=\{30;45;0\}$ 3. $\vec{y}=\{-45;-28;0\}$

4. $\vec{y}=\{45;28;0\}$

В А Р І А Н Т № 23

1. Знайти орт вектора $\vec{a}=16\vec{i}-15\vec{j}+12\vec{k}$:

1) $\overrightarrow{a^\circ} = \frac{16}{25}\vec{i} - \frac{3}{5}\vec{j} + \frac{12}{25}\vec{k}$, 2) $\overrightarrow{a^\circ} = \frac{16}{25}\vec{i} + \frac{3}{5}\vec{j} - \frac{12}{25}\vec{k}$,

3) $\overrightarrow{a^\circ} = \frac{16}{5}\vec{i} + \frac{3}{25}\vec{j} + \frac{12}{5}\vec{k}$, 4) $\overrightarrow{a^\circ} = \frac{16}{5}\vec{i} - \frac{3}{25}\vec{j} - \frac{12}{5}\vec{k}$.

2. Обчислити α і β, коли відомо, що вектори $\vec{a} = \alpha\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}$ і $\vec{b} = 3\vec{i} + \vec{j} + \beta\vec{k}$ колінеарні:

1) $\alpha = 15$; $\beta = -\frac{1}{5}$, 2) $\alpha = 3$; $\beta = 5$, 3) $\alpha = -1$; $\beta = 4$, 4) $\alpha = 5$; $\beta = 7$.

3. Задано вектори: $\vec{a}(3,-6,-1)$; $\vec{b}(1,4,-5)$; $\vec{c}(3,-4,12)$. Знайти проекцію вектора $(\vec{a} + \vec{b})$ на вектор $\vec{c}$:

1) –4 2) 4 3) –8 4) 8.

4. Обчислити роботу сили $\vec{F}(3,-5,2)$, якщо її точка прикладення переміщується з початку в кінець вектора $\vec{S} = \{2,-5,7\}$:

1) 17 2) 9 3) 11 4) 18.

5. Задано вершини тетраедра: $A(0,0,0)$; $B(3,4,-1)$; $C(2,3,5)$ і $D(6,0,-3)$. Обчислити його об'єм і площу грані BCD:

1. $V = 22{,}5$; $S = \frac{3\sqrt{109}}{2}$, 2. $V = 23$; $S = \frac{5\sqrt{9}}{2}$,

3. $V = 32$; $S = 60$, 4. $V = 22$; $S = 5$.

6. Задано чотири вектори: $\vec{a}(2,1,0)$; $\vec{b}(1,-1,2)$; $\vec{c}(2,2,-1)$ $\vec{p}(-10,-5,-1)$. Розкласти вектор $\vec{p}$ по векторах $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.

1. $\vec{p} = -\vec{a} - 2\vec{b} - 3\vec{c}$ 2. $\vec{p} = \vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c}$ 3. $\vec{p} = 3\vec{a} + 2\vec{b} + \vec{c}$

4. $\vec{p} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$

7. Задано два вектори $\vec{a}(1,-2,3)$ і $\vec{b}(3,1,-5)$. Знайти вектор $\vec{x}$, при умові, що він перпендикулярний до осі Ox і задовольняє вимогам: $\vec{x} \cdot \vec{a} = 4$; $\vec{x} \cdot \vec{b} = 5$:

1) $\vec{x}(0,-5,-2)$, 2) $\vec{x}(-5,0,-2)$, 3) $\vec{x}(0,5,2)$, 4) $\vec{x}(5,2,0)$.

8. Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ взаємно перпендикулярні. Знайти $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|$ і $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$, якщо $\left|\vec{a}\right|=3$; $\left|\vec{b}\right|=4$:

1) 5; 5, 2) 7; 1, 3) 1; 7, 4) 1; 3.

9. До однієї і тієї ж точки прикладені дві сили $\vec{p}$ і $\vec{Q}$, що діють під кутом 120°, $\left|\vec{p}\right|=7$; $\left|\vec{Q}\right|=4$. Знайти величину рівнодіючої сили $\vec{R}$:

1) $\sqrt{37}$, 2) $\sqrt{27}$, 3) $\sqrt{2}$, 4) $\sqrt{93}$.

10. Знайти момент сили $\vec{F}=3\vec{i}+4\vec{j}-2\vec{k}$ відносно точки $0(0;0;0)$, якщо сила $\vec{F}$ прикладена до точки $A(2;-1;3)$:

1) $\vec{M}=-10\vec{i}+13\vec{j}+11\vec{k}$, 2) $\vec{M}=10\vec{i}-13\vec{j}-11\vec{k}$,

3) $\vec{M}=-8\vec{i}+5\vec{j}+4\vec{k}$, 4) $\vec{M}=8\vec{i}-5\vec{j}-4\vec{k}$.

ВАРІАНТ № 24

1. Наведено прямокутник $OACB$, $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$; $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$. Розкласти вектори $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{CO}$, $\overrightarrow{AB}$ по векторах $\vec{a}$ і $\vec{b}$:

1) $\vec{a}+\vec{b}$; $-\left(\vec{a}+\vec{b}\right)$; $\vec{b}-\vec{a}$, 2) $\vec{a}-\vec{b}$; $-\vec{a}+\vec{b}$; $\vec{a}+\vec{b}$,

3) $\vec{b}+\vec{a}$ $-\left(\vec{b}+\vec{a}\right)$; $\vec{a}-\vec{b}$, 4) $\vec{b}+\vec{a}$; $-\vec{b}+\vec{a}$; $\vec{b}-\vec{a}$.

2. За координатами точок $A(-5,1,6)$ $B(1,4,3)$ $C(6,3,9)$ знайти модуль вектора $\vec{a}=4\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$:

1) $\sqrt{998}$ 2) 28 3) 31 4) $\sqrt{1021}$.

3. Довести, що вектори $\vec{a}(3,-1,0)$ $\vec{b}(2,3,1)$ $\vec{c}(-1,4,3)$ утворюють базис, знайти координати вектора $\vec{d}\{2,3,7\}$ в цьому базисі:

1) $\vec{d}=3\vec{a}-2\vec{b}+3\vec{c}$, 2) $\vec{d}=\{3;-3;3\}$,

3) $\vec{d}=\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c}$, 4) $\vec{d}=3\vec{a}+2\vec{b}+3\vec{c}$.

4. Дано вектори $\vec{a}(4;0;4)$, $\vec{b}(-1;3;2)$, $\vec{c}(3;5;0)$. Необхідно обчислити:

модуль векторного добутку векторів $3\vec{c}$ і $\vec{b}+\vec{a}$:

1) $\sqrt{2988}$, 2) $\sqrt{15460}$, 3) $\sqrt{2989}$, 4) $\sqrt{11340}$.

5. Дано вектори $\vec{a}=-\vec{m}+6\vec{n}$ і $\vec{b}=3\vec{m}+4\vec{n}$, де $|\vec{m}|=2$; $|\vec{n}|=5$; $\left(\vec{m}\,\hat{}\,\vec{n}\right)=\frac{2}{3}\pi$. Знайти

а) $\vec{a}\cdot\vec{b}$ б) $Пр_{\vec{b}}\left(4\vec{a}-5\vec{b}\right)$:

1. а) 518; б) $\frac{148}{\sqrt{316}}$, 2. а) 418; б) $\frac{148}{\sqrt{571}}$,

3. а) –518; б) $-\frac{148}{\sqrt{316}}$, 4. а) –418; б) $-\frac{148}{\sqrt{571}}$

6. Сила $\vec{F}(2,3,-5)$ прикладена до точки $A(1,-2,2)$. Обчислити модуль моменту сили $\vec{F}$ щодо точки $B(1,4,0)$:

1. $4\sqrt{46}$ 2. 24 3. $\sqrt{41}$ 4. $\sqrt{482}$

7. Знайти довжину й напрямні косинуси вектора $\vec{a}=3\vec{m}-5\vec{n}+\vec{p}$, якщо $\vec{m}=4\vec{i}+7\vec{j}+3\vec{k}$; $\vec{n}=\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$; $\vec{p}=2\vec{i}-3\vec{j}-\vec{k}$:

1. $|\vec{a}|=\sqrt{154}$; $cos\,\alpha=\frac{9}{\sqrt{154}}$; $cos\,\beta=\frac{8}{\sqrt{154}}$; $cos\,\gamma=\frac{3}{\sqrt{154}}$

2. $|\vec{a}|=\sqrt{154}$; $cos\,\alpha=\frac{7}{\sqrt{154}}$; $cos\,\beta=\frac{6}{\sqrt{154}}$; $cos\,\gamma=\frac{3}{\sqrt{154}}$

3. $|\vec{a}|=\sqrt{94}$; $cos\,\alpha=\frac{7}{\sqrt{94}}$; $cos\,\beta=\frac{6}{\sqrt{94}}$; $cos\,\gamma=\frac{3}{\sqrt{94}}$

4. $|\vec{a}|=\sqrt{125}$; $cos\,\alpha=\frac{7}{\sqrt{125}}$; $cos\,\beta=\frac{6}{\sqrt{125}}$; $cos\,\gamma=\frac{4}{\sqrt{125}}$

8. Знайти аплікату вектора $\vec{p}$, якщо відомі дві його координати $x=3$; $y=-9$ і $|\vec{p}|=12$:

1) $\pm3\sqrt{6}$, 2) ±3, 3) $\pm4\sqrt{3}$, 4) ±5.

9. Дано три вектори: $\vec{a}\{-9,4,-5\}$ $\vec{b}\{1,-2,4\}$ $\vec{c}\{-5,10,-20\}$. Перевірити на компланарність вектори: $-2\vec{a}$, $7\vec{b}$, $5\vec{c}$:

1) компланарні, 2) ні.

10. Обчислити роботу сили $\vec{F}=\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$, прикладеної до точки $A(-1,2,0)$, при прямолінійному переміщенні цієї точки в положення точки $B(2,1,3)$:

1) 4, 2) 8, 3) 2, 4) 10.

ВАРІАНТ № 25

1. У трикутнику OAB: $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$ і $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$. Вектор $\overrightarrow{oc}=\vec{c}$ – медіана ΔOAB.

Розкласти: а) вектор $\vec{c}$ по векторах $\vec{a}$ і $\vec{b}$;

б) вектор $\vec{a}$ по векторах $\vec{b}$ і $\vec{c}$

1. $\vec{c}=\frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b})$ 2. $\vec{c}=\frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b})$ 3. $\vec{c}=\frac{1}{2}(\vec{a}-\vec{b})$ 4. $\vec{c}=\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}$

$\vec{a}=2\vec{c}+\vec{b}$ $\vec{a}=2\vec{c}-\vec{b}$ $\vec{a}=2\vec{c}+\vec{b}$ $\vec{a}=\vec{c}+2\vec{b}$

2. Наведено вектори: $\vec{a}=3\vec{i}-5\vec{j}+8\vec{k}$ і $\vec{b}=-\vec{i}+\vec{j}-4\vec{k}$. Знайти $|\vec{a}+\vec{b}|$ і $|\vec{a}-\vec{b}|$

1. $|\vec{a}+\vec{b}|=6$ 2. $|\vec{a}+\vec{b}|=14$ 3. $|\vec{a}+\vec{b}|=7$ 4. $|\vec{a}+\vec{b}|=14$

$|\vec{a}-\vec{b}|=14$ $|\vec{a}-\vec{b}|=6$ $|\vec{a}-\vec{b}|=10$ $|\vec{a}-\vec{b}|=20$.

3. Знайти кут між векторами $\vec{a}=-\vec{i}+\vec{j}$ і $\vec{b}=\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}$:

1) 135°, 2) 45°, 3) 90°, 4) 120°.

4. Задано сили $\vec{F_1}=2\vec{i}+\vec{j}+3\vec{k}$ і $\vec{F_2}=3\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$. Знайти роботу їх рівнодіючої при переміщенні точки з початку координат у точку $A(3;2;1)$

1. $A=31$ 2. $A=19$ 3. $A=14$ 4. $A=21$

5. Знайти координати вектора $\vec{b}$, колінеарного вектора $\vec{a}\{-3,1,-4\}$. Якщо $\vec{a}\cdot\vec{b}=78$:

1. $\vec{b}(-9,3,-12)$ 2. $\vec{b}(9,-3,-12)$ 3. $\vec{b}\{-6,2,-8\}$ 4. $\vec{b}\{6,-2,8\}$

6. Сила $\vec{F}=-\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$ прикладена до точки $M(-1,-3,4)$. Знайти момент цієї сили відносно початку координат:

1. $\overrightarrow{M_0}(\vec{F})=\{-17,-1,-5\}$ 2. $\overrightarrow{M_0}(\vec{F})=\{17,1,5\}$

3. $\overrightarrow{M_0}\left(\vec{F}\right)=\{15,2,7\}$ 4. $\overrightarrow{M_0}\left(\vec{F}\right)=\{-15,-2,-7\}$

7. У тетраедрі з вершинами $A(1,1,1)$, $B(2,0,2)$, $C(2,2,2)$, $D(3,4,-3)$ обчислити висоту $h=DB$:

1) $h=3\sqrt{2}$, 2) 3, 3) $\sqrt{2}$, 4) $6\sqrt{2}$.

8. Знайти одиничний вектор, перпендикулярний до векторів $\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}$ та $\vec{b}=2\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$.

1) $\frac{1}{\sqrt{11}}\left(\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}\right)$ 2) $\frac{\vec{i}}{\sqrt{7}}-\frac{3\vec{j}}{\sqrt{7}}+\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{7}}$

або $\frac{1}{\sqrt{11}}\left(-\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}\right)$, або $-\frac{\vec{i}}{\sqrt{7}}+\frac{3\vec{j}}{\sqrt{7}}-\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{7}}$,

3) $\frac{\vec{i}}{\sqrt{2}}-\frac{3\vec{j}}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{2}}$ 4) $\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$

або $-\frac{\vec{i}}{\sqrt{2}}+\frac{3\vec{j}}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{2}}$, або $-\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$.

9. Знайти довжину вектора $\vec{m}=3\vec{a}-\vec{b}$, якщо $\left|\vec{a}\right|=\sqrt{2}$, $\left|\vec{b}\right|=1$, а кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$ $\varphi=\frac{3\pi}{4}$

1) 5, 2) $\sqrt{4}$, 3) 7, 4) $\sqrt{21}$.

10. Вектор $\vec{c}$ належить площі XOY. Знайти його координати, якщо $\left|\vec{c}\right|=4$, кут між вектором $\vec{c}$ і віссю Ox $\alpha=120^\circ$, а з віссю Oy кут $\beta>\frac{\pi}{2}$:

1) $\vec{c}=\left\{2;2\sqrt{3;0}\right\}$, 2) $\vec{c}=\left\{-2;-2\sqrt{3;0}\right\}$,

3) $\vec{c}=\left\{1;\sqrt{3;0}\right\}$, 4) $\vec{c}=\left\{-3;\sqrt{3;0}\right\}$.

ЗМІСТ

Навчальне видання

Тестові завдання на тему «Векторна алгебра» з курсу вищої математики

(для студентів 1 курсу всіх спеціальностей Академії)

Укладачі: Людмила Олександрівна Бистрова,
Євгенія Серафимівна Пахомова

Відповідальний за випуск: А.В.Якунін

Редактор: М.З. Аляб'єв

План 2008, поз. 448 Л

Підп. до друку 10.06.2008 Формат 60 *841/16 Папір офісний
Друк на ризографі Обл.-вид.арк. 2,0 Тираж 100 прим.
Зам. №

Сектор оперативної поліграфії ІОЦ ХНАМГ
610002. Харків, ХНАМГ, вул. Революції, 12